

12. Funkcja wymierna

Zadania:

1.	Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-10) oraz różnej od 0 zapisz w najprostszej postaci wartość wyrażenia $\frac{x^2 + 20x + 10}{x^3} \cdot \frac{x^2}{x + 10}$
2.	Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od $(-1), 0$ oraz 1 zapisz w najprostszej postaci wartość wyrażenia $\frac{x}{x^2 - 1} : \frac{3x^2}{x + 1}$
3.	Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-2) oraz różnej od 0 zapisz w najprostszej postaci wartość wyrażenia $\frac{x^2 + x}{x^2 + 4x + 4} \cdot \frac{x + 2}{x}$
4.	Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-3) oraz różnej od (-2) zapisz w najprostszej postaci wartość wyrażenia $\frac{x + 3}{x^2 + 4x + 4} \cdot \frac{x^2 + 2x}{2x + 6}$
5.	Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek $f(1) = 2$. Oblicz wartość współczynnika k we wzorze tej funkcji.
6.	Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 oraz różnej od 2 zapisz w najprostszej postaci wartość wyrażenia $\frac{x^2 + x}{(x - 2)^2} \cdot \frac{x - 2}{x}$
7.	Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{4}{x} - 4$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$. Oblicz wartość wyrażenia $f(2) - f(-2)$.
8.	Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{8x-7}{2x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Oblicz wartość funkcji f dla argumentu 1 .
9.	Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2x^3}{x^4+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Oblicz wartość funkcji $f(-\sqrt{2})$.
10.	Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2x^3}{x^6+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Oblicz wartość funkcji $f(-\sqrt[3]{3})$.
11.	Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Oblicz wartość funkcji f dla argumentu $x = 2$.
12.	Do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla $x \neq 0$ należy punkt $A = (2, 6)$. Oblicz wartość współczynnika a .
13.	Rozwiąż równanie. Podaj konieczne założenia oraz wyznacz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $(\frac{5}{4}; +\infty)$
14.	Jeżeli do licznika i do mianownika nieskracalnego dodatniego ułamka dodamy połowę jego licznika, to otrzymamy $\frac{4}{7}$, a jeżeli do licznika i do mianownika dodamy 1 , to otrzymamy $\frac{1}{2}$. Wyznacz ten ułamek.
15.	Uzasadnij, że żadna liczba całkowita nie jest rozwiązaniem równania $\frac{2x+4}{x-2} = 2x + 1$.
16.	Funkcja f jest określona wzorem $\frac{2x-b}{x-9}$ dla $x \neq 9$. Ponadto wiemy, że $f(4) = -1$. Oblicz współczynnik b .
17.	Dana jest funkcja $f(x) = \frac{-5}{x}$. a) Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartość $1\frac{1}{2}$. b) Jaką wartość funkcja otrzymuje dla argumentu $\frac{1}{5}$.

18. Rozwiąż równanie. Podaj konieczne założenia.

- a) $\frac{x+2}{3x+1} = \frac{2}{5}$
b) $\frac{2x+1}{1-x} = x+2$
c) $\frac{x}{x-2} = 2x$
d) $\frac{x-2}{3(x+2)} = \frac{1}{9}$
e) $x - \frac{1}{2x+1} = 0$
f) $\frac{x+1}{x+2} = 3$
g) $\frac{x}{x-7} = 5$
h) $\frac{3x-1}{x+5} = 3$
i) $\frac{x-1}{x-5} = x-1$
j) $\frac{x+1}{7-x} = \frac{1}{3}$
k) $\frac{x^2+36}{x-6} = 0$
l) $\frac{3x-1}{7x+1} = \frac{2}{5}$
m) $\frac{x-5}{x+3} = \frac{2}{3}$
n) $\frac{2x+1}{x} = 3x$
o) $\frac{x-3}{2-x} = \frac{1}{2}$
p) $\frac{11-x}{x^2-11} = 0$
q) $\frac{x+3}{x-1} = \frac{x}{2x-2}$
r) $\frac{4}{x+2} = x-1$
s) $\frac{3x+2}{3x-2} = 4-x$
t) $\frac{6x-1}{3x-2} = 3x+2$
u) $\frac{3x^2+8x-3}{x-3} = x-3$
v) $\frac{2x+1}{2x} = \frac{2x+1}{x+1}$
w) $\frac{2x-4}{x} = \frac{x}{2x-4}$
x) $\frac{2-3x}{1-2x} = -\frac{1}{2}$
y) $\frac{x+5}{x-3} = \frac{x+6}{x+2}$
z) $x = \frac{20}{x-1}$
aa) $\frac{10x-5}{5x-1} = \frac{5x+1}{10x+5}$
bb) $\frac{2x+3}{x-2} = \frac{x+24}{x}$

19. Wykonaj dzielenie. Podaj konieczne założenia. Wynik zapisz w najprostszej postaci

- a) $\frac{6-x^2}{x+4} : (6-x)$
b) $\frac{x^2-25}{x+1} : \frac{x+5}{x^2+x}$
c) $5x^2 : \frac{x}{x+8}$
d) $6x : \frac{x^2}{x+5}$

20. Podaj dziedzinę a następnie uprość wyrażenie.

- a) $\frac{(x+4)(x^2+4)}{(x+2)(x+4)}$
b) $\frac{x^3+6x^2}{(x+6)(x-1)}$
c) $\frac{2x^3-12x^2+10x}{x^2-5x}$
d) $\frac{2(x^2-9)(x-1)}{x^2-4x+3}$

21. Dla funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, określonej dla każdej liczby rzeczywistej różnej od zera zachodzi nierówność $f(8) - f(6) = \frac{1}{6}$