

16. Ciągi.

Zadania:

1. Ciąg (a_n) jest określony następująco: $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n - 6 \end{cases}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz piąty wyraz ciągu.
2. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{32 \cdot (-1)^n}{2^{n-1}}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz szósty wyraz ciągu.
3. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3n^2 - 3n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz sumę S_3 trzech początkowych kolejnych wyrazów ciągu (a_n) .
4. Ciąg (a_n) jest określony następująco: $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz trzeci wyraz ciągu.
5. Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma n początkowych wyrazów tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = n^2 + 2n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz trzeci wyraz ciągu (a_n) .
6. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2 \cdot (-1)^{n+1} + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz sumę dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.
7. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot (n - 5)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. a) Wyznacz pierwszy i trzeci wyraz ciągu. b) Czy wszystkie wyrazy ciągu są dodatnie?
8. Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma n początkowych wyrazów tego ciągu jest określona wzorem $S_n = 4 \cdot (2^n - 1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz dwa pierwsze wyrazy ciągu (a_n) .
9. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz trzeci wyraz tego ciągu.
10. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ile wyrazów tego ciągu jest mniejszych od 10?
11. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n + 1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz wyraz a_4 .
12. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2 + n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. a) Wyznacz pierwszy i trzeci i ósmy wyraz ciągu. b) Określ monotoniczność ciągu.
13. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz pięćdziesiąty wyraz tego ciągu.
14. Dane są ciągi $a_n = 3n$ oraz $b_n = 4n - 2$, określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Sprawdź czy liczba 10 jest wyrazem któregoś z ciągów.
15. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{2n^2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz piąty wyraz tego ciągu.
16. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{2n^2 - 30n}{n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz wyraz a_7 .
17. Dane są ciągi (a_n) , (b_n) , (c_n) , (d_n) określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ wzorami: $a_n = 20n + 3$, $b_n = 2n^2 - 3$, $c_n = n^2 + 10n - 2$, $d_n = \frac{n+187}{n}$. Znajdź wśród tych ciągów wyraz dziesiąty równy 197.
18. Ciąg (b_n) jest określony wzorem $b_n = 3n^2 - 25n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ile jest niedodatnich wyrazów tego ciągu?
19. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-2)^n \cdot n + 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz trzeci wyraz ciągu.

20.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz różnicę $a_5 - a_4$.
21.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_{n+3} = -2 \cdot 3^{n+1}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz piąty wyraz ciągu.
22.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{2^n - 1}{2^{n+1}}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz piąty wyraz ciągu.
23.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{24-4n}{n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ile jest wszystkich całkowitych nieujemnych wyrazów tego ciągu?
24.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (n+3)(n-5)$ dla $n \geq 1$. Ile jest ujemnych wyrazów tego ciągu?
25.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = n^2 - n$, dla $n \geq 1$. Który wyraz tego ciągu jest równy 6?
26.	Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = -2 + \frac{12}{n}$ dla $n \geq 1$. Dla którego wyrazu zachodzi równość $a_n = 4$?
27.	Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 - 9$ dla $n \geq 1$?
28.	Dla $n = 1, 2, 3, \dots$ ciąg (a_n) jest określony wzorem: $a_n = (-1)^n \cdot (3 - n)$. Wyznacz trzeci wyraz tego ciągu.
29.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = n^2 - n$, dla $n \geq 1$. Określ jego monotoniczność.
30.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot (n^2 - 2n)$, dla $n \geq 1$. Wyznacz a_3 .
31.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-3)^n \cdot (9 - n^2)$, dla $n \geq 1$. Wyznacz a_3 .
32.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2 + 2n$ dla $n \geq 1$. Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.
33.	Ciąg (a_n) określony jest wzorem $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_{n+2} = 2^{n-1} + a_n + a_{n+1} \end{cases} \quad \text{dla } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ Wyznacz czwarty wyraz tego ciągu.
34.	Dany jest ciąg (a_n) , gdzie $a_n = \frac{n+2}{3n+1}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Wyznacz wszystkie wyrazy tego ciągu większe od $\frac{1}{2}$.
35.	Ciąg liczbowy (a_n) jest określony wzorem $a_n = n + n^2$. Wykaż, że jest to ciąg rosnący.
36.	Ciąg (a_n) jest określony następująco: $\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = na_n + 4 \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1.$ Wyznacz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu.
37.	Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-1)^n \frac{2-n}{n^2}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Oblicz a_2, a_4, a_5 .
38.	Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 2n - 24$ dla $n \geq 1$?
39.	Ciąg (a_n) jest określony następująco: $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n - 6 \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1.$ Określ monotoniczność tego ciągu.
40.	Czterowyrazowy ciąg $(7, a_2, a_3, a_4)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 54. Oblicz drugi wyraz tego ciągu.
41.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 1$ oraz $a_5 = 17$. Wyznacz dziewiąty wyraz ciągu (a_n) .
42.	Ciąg (a_n) jest określony następująco: $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n + 2 \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1.$ Wyznacz sumę stu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.
43.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnica tego ciągu jest równa (-4) oraz $a_{10} = -24$. Wyznacz szósty wyraz ciągu (a_n) .

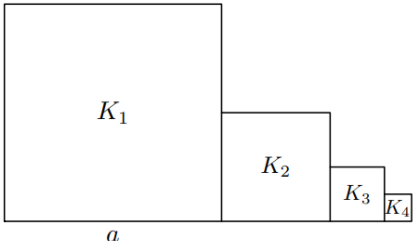
44.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3n^2 - 3n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Sprawdź czy ciąg jest arytmetyczny i czy wszystkie jego wyrazy są parzyste?
45.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_1 = 52$ oraz $a_{25} = 2$. Wyznacz różnicę tego ciągu oraz S_{25} .
46.	Trzywyrazowy ciąg $(5m, 4 + 2m, m)$ jest arytmetyczny. Wyznacz m .
47.	Trzywyrazowy ciąg $(2m - 5, 4, 9)$ jest arytmetyczny. Wyznacz m oraz określ monotoniczność tego ciągu.
48.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_1 = 7$ oraz $a_2 = 13$. Wyznacz a_{10} .
49.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_2 = 4$ oraz $a_3 = 9$. Wyznacz szósty wyraz tego ciągu.
50.	Trzywyrazowy ciąg $(1, 4, a + 5)$ jest arytmetyczny. Wyznacz a .
51.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n = -3n + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz różnicę ciągu i trzy początkowe wyrazy.
52.	Pięciowyrazowy ciąg $(-3, \frac{1}{2}, x, y, 11)$ jest arytmetyczny. Wyznacz x i y .
53.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n = 3n - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Określ monotoniczność tego ciągu. Wyznacz najmniejszą wartość n , dla której wyraz a_n jest większy od 25. Wyznacz dla jakiego n suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 57.
54.	Ciąg (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 2 oraz $a_8 = 48$. Wyznacz czwarty wyraz tego ciągu.
55.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_5 = -31$ oraz $a_{10} = -66$. Wyznacz różnicę tego ciągu.
56.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci i piąty wyraz ciągu spełniają warunek $a_3 + a_5 = 58$. Wyznacz czwarty wyraz tego ciągu.
57.	Ciąg (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 5, a pierwszy wyraz tego ciągu jest równy (-3) . Oblicz iloraz $\frac{a_4}{a_2}$.
58.	Ciągi (a_n), (b_n) i (c_n) są określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ następująco: $a_n = 6n^2 - n^3$ $b_n = 2n + 13$ $c_n = 2^n$ Sprawdź, który z podanych ciągów jest arytmetyczny.
59.	W ciągu arytmetycznym (a_n) jest określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ są dane dwa wyrazy: $a_1 = 2$ i $a_2 = 5$. Wyznacz wzór na n -ty wyraz tego ciągu.
60.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy $a_4 = 2020$. Suma $a_2 + a_6$.
61.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, czwarty wyraz jest równy 3, a różnica tego ciągu jest równa 5. Ile jest równa suma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$?
62.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = -11$ i $a_9 = 5$. Oblicz sumę dziewięciu początkowych wyrazów tego ciągu.
63.	Dany jest rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla liczb naturalnych $n \geq 1$, o wyrazach dodatnich. Wyznacz k jeśli $a_2 + a_9 = a_4 + a_k$.
64.	Ile jest liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6?
65.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = 7$ i $a_8 = -49$. Oblicz sumę ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu.
66.	Ciąg arytmetyczny (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, spełnia warunek $a_3 + a_4 + a_5 = 15$. Wyznacz a_4 .
67.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n = 16 - \frac{1}{2} \cdot n$ dla każdej liczby całkowitej $n \geq 1$. Wyznacz różnicę r tego ciągu.
68.	Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{5-2n}{6}$ dla $n \geq 1$. Sprawdź czy ten ciąg jest arytmetyczny jeśli tak wyznacz jego różnicę.

69.	Dla ciągu arytmetycznego (a_n) określonego dla $n \geq 1$, jest spełniony warunek $a_4 + a_5 + a_6 = 12$. Wyznacz a_5 .
70.	Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2018 i podzielnych przez 5?
71.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, o którym wiemy, że: $a_1 = 2$ i $a_2 = 9$. Wyznacz n jeśli $a_n = 79$.
72.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $2a_3 = a_2 + a_1 + 1$. Wyznacz różnicę r tego ciągu.
73.	Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych podzielnych przez 3?
74.	Dla każdej liczby całkowitej dodatniej n suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) jest określona wzorem $S_n = 2n^2 + n$. Wyznacz wyraz a_2 .
75.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 6(n - 16)$ dla $n \geq 1$. Oblicz sumę dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu.
76.	Czternasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8, a różnica tego ciągu jest równa $(-\frac{3}{2})$. Wyznacz siódmy wyraz tego ciągu.
77.	Wszystkie dwucyfrowe liczby naturalne podzielne przez 7 tworzą rosnący ciąg arytmetyczny. Wyznacz dwunasty wyraz tego ciągu.
78.	Suma pierwszego i szóstego wyrazu pewnego ciągu arytmetycznego jest równa 13. Wyznacz sumę trzeciego i czwartego wyrazu tego ciągu.
79.	Na ścianie kamienicy zaprojektowano mural utworzony z szeregu trójkątów równobocznych różnej wielkości. Najmniejszy trójkąt ma bok długości 1 m, a bok każdego z następnych trójkątów jest o 10 cm dłuższy niż bok poprzedzającego go trójkąta. Ostatni trójkąt ma bok długości 5,9 m. Ile trójkątów przedstawia mural?
80.	Suma dziesięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) jest równa 35. Pierwszy wyraz a_1 tego ciągu jest równy 3. Wyznacz a_{10} .
81.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_2 = 11$ i $a_4 = 7$. Wyznacz sumę czterech początkowych wyrazów tego ciągu.
82.	Liczby 2, -1, -4 są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.
83.	Liczby 7, a , 49 w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Wyznacz a .
84.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym różnica $r = -2$ oraz $a_{20} = 17$. Wyznacz pierwszy wyraz tego ciągu.
85.	Ciąg (a_n) określony dla $n \geq 1$ jest arytmetyczny oraz $a_3 = 10$ i $a_4 = 14$. Wyznacz pierwszy wyraz tego ciągu.
86.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = -2n + 1$ dla $n \geq 1$. Wyznacz różnicę tego ciągu.
87.	W ciągu arytmetycznym $a_1 = 3$ oraz $a_{20} = 7$. Wyznacz sumę $S_{20} = a_1 + a_2 + \dots + a_{19} + a_{20}$.
88.	W ciągu arytmetycznym (a_n) mamy: $a_2 = 5$ i $a_4 = 11$. Wyznacz a_5 .
89.	W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_3 = 13$ i $a_5 = 39$. Wyznacz a_1 .
90.	W ciągu arytmetycznym trzeci wyraz jest równy 14, a jedenasty jest równy 34. Wyznacz różnicę tego ciągu.
91.	Liczby: 1, 3, $x - 11$ w podanej kolejności, są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wyznacz liczbę x .
92.	Liczby $x - 1, 4, 8$ (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wyznacz liczbę x .
93.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{3n+9}{n+1}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyznacz wszystkie wartości x , dla których trzywyrazowy ciąg $(a_5, 2x^2, 3x^2 + 5)$ jest arytmetyczny.
94.	Wyznacz wartość m , dla której trzywyrazowy ciąg $(2m + 11, m^2 + 3, 5 - m)$ jest arytmetyczny i malejący.
95.	Ciąg $(3x^2 + 5x, x^2, 20 - x^2)$ jest arytmetyczny. Oblicz x .

96.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy (-1) , a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa (-165) . Oblicz różnicę tego ciągu.
97.	Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł. Oblicz kwotę pierwszej raty.
98.	Trójwyrazowy ciąg $(x, y - 4, y)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 6. Oblicz wszystkie wyrazy tego ciągu.
99.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_1 = -1$ i $a_4 = 8$. Oblicz sumę stu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.
100.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla wszystkich liczb naturalnych $n \geq 1$. Suma dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $20a_{21} + 62$. Oblicz różnicę ciągu (a_n) .
101.	W ciągu arytmetycznym $(a_1, a_2, \dots, a_{39}, a_{40})$ suma wyrazów tego ciągu o numerach parzystych jest równa 1340, a suma wyrazów ciągu o numerach nieparzystych jest równa 1400. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu arytmetycznego.
102.	Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, jest równa 16. a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu. b) Oblicz liczbę k , dla której $a_k = -78$.
103.	Dziewiąty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równy 34, a suma jego ośmiu początkowych wyrazów jest równa 110. Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.
104.	W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla liczb naturalnych $n \geq 1$, wyraz szósty jest liczbą dwa razy większą od wyrazu piątego, a suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $S_{10} = \frac{15}{4}$. Oblicz wyraz pierwszy oraz różnicę tego ciągu.
105.	Dwunasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równy 30, a suma jego dwunastu początkowych wyrazów jest równa 162. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
106.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.
107.	Suma trzydziestu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równa 30. Ponadto $a_{30} = 30$. Oblicz różnicę tego ciągu.
108.	Ciąg arytmetyczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = 2016 - 3n$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu.
109.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2016$ oraz $a_5 + a_6 + a_7 + \dots + a_{12} = 2016$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n) .
110.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla $n \geq 1$, w którym $a_5 = 22$ oraz $a_{10} = 47$. Oblicz pierwszy wyraz a_1 i różnicę r tego ciągu.
111.	Liczby $6, 2x + 4, x + 26$ w podanej kolejności są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz różnicę r tego ciągu.
112.	Liczby $2x + 1, 6, 16x + 2$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .
113.	Liczby $x, y, 19$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym $x + y = 8$. Oblicz x i y .
114.	Piąty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 26, a suma pięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 70. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
115.	Wykaż, że dla każdego m ciąg $\left(\frac{m+1}{4}, \frac{m+3}{6}, \frac{m+9}{12}\right)$ jest arytmetyczny.
116.	Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem ogólnym: $a_n = 4n - 9$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.
117.	W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są wyrazy: $a_3 = 4, a_6 = 19$. Wyznacz wszystkie wartości n , dla których wyrazy ciągu (a_n) są mniejsze od 200.
118.	Rozwiąż równanie $(2x + 1) + (2x + 4) + (2x + 7) + \dots + (2x + 28) = 155$, jeśli wiadomo, że składniki po lewej stronie są kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego.

119.	Liczby $x - 2, 3, x + 6$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .
120.	Liczby $2, x - 3, 8$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .
121.	Wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2. Ponadto $a_3 = 12$. Oblicz a_{15} .
122.	Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Jego różnica jest równa 4, a suma jego pierwszych pięciu wyrazów jest trzy razy mniejsza od sumy następnych pięciu wyrazów. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
123.	Pani Joanna postanowiła systematycznie oszczędzać i co miesiąc na swoje subkonto odkładać pewną sumę pieniędzy. Pierwszego czerwca 2020 roku wpłaciła 300 złotych. Pierwszego dnia każdego kolejnego miesiąca wpłacała o 25 zł więcej niż w miesiącu poprzednim. a) Oblicz kwotę, jaką pani Joanna wpłaciła na subkonto pierwszego czerwca 2022 roku. b) Oblicz, o ile większą kwotę niż w miesiącu poprzednim pani Joanna powinna odkładać, aby pierwszego czerwca 2025 roku (uwzględniając również wpłatę w tym dniu) na subkoncie była kwota 76 860 złotych.
124.	Pięciowyrazowy ciąg $(a_1, a_2, 2, a_4, a_5)$ jest geometryczny. Oblicz iloczyn wyrazów ciągu $a_1 \cdot a_2 \cdot 2 \cdot a_4 \cdot a_5$.
125.	Ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest malejący. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $a_6 = 25 \cdot a_8$. Oblicz iloraz ciągu (a_n) .
126.	Ciąg geometryczny (a_n) , o wszystkich wyrazach rzeczywistych różnych od 0, jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $a_3 = -8 \cdot a_6$. Oblicz iloraz ciągu (a_n) .
127.	Trzywyrazowy ciąg $(\sqrt{5}, 1, x)$ jest arytmetyczny. Trzywyrazowy ciąg $(\sqrt{5}, 1, y)$ jest geometryczny. Wyznacz x i y .
128.	Trzywyrazowy ciąg $(4, m, m - 1)$ jest geometryczny. Wyznacz m .
129.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 = 27$ oraz $a_2 = 9$. Wyznacz czwarty wyraz ciągu (a_n) .
130.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3 \cdot (-1)^n + 10$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. a) Sprawdź czy ciąg jest geometryczny b) Oblicz sumę ośmiu początkowych kolejnych wyrazów ciągu (a_n) .
131.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_2 = \frac{1}{6}$ oraz $a_3 = \frac{1}{9}$. Wyznacz piąty wyraz ciągu (a_n) .
132.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_2 = 2$ oraz $a_5 = 54$. Iloraz ciągu (a_n) jest równy
133.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2 \cdot (-1)^{n+1} + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Sprawdź czy ciąg jest geometryczny, jeśli jest określ jego monotoniczność.
134.	Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, x)$ jest arytmetyczny. Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, y)$ jest geometryczny. Wyznacz x i y .
135.	Trzywyrazowy ciąg $(12, 6, 2m - 1)$ jest geometryczny. Wyznacz m .
136.	Trzywyrazowy ciąg $(1 - 2a, 12, 48)$ jest geometryczny. Wyznacz a .
137.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 128, natomiast iloraz ciągu jest równy $(-\frac{1}{2})$. Oblicz $a_3 - a_2$ oraz a_{2023} .
138.	Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 3,75$ oraz $a_2 = -7,5$. Wyznacz sumę trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) .
139.	Trzywyrazowy ciąg $(27, 9, a - 1)$ jest geometryczny. Wyznacz a .
140.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$. Wyznacz wzór ogólny ciągu (a_n) .
141.	Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz sumę trzech początkowych wyrazów tego ciągu.

142.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Drugi wyraz tego ciągu oraz iloraz ciągu (a_n) są równe 2. Oblicz sumę pięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.
143.	Wszystkie wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, są dodatnie i $9a_5 = 4a_3$. Wyznacz iloraz tego ciągu.
144.	Ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest rosnący i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Ponadto spełniony jest warunek $a_3 = a_1 \cdot a_2$. Niech q oznacza iloraz ciągu (a_n) . Wyznacz a_1 za pomocą q .
145.	Trzywyrazowy ciąg $\left(15, 3x, \frac{5}{3}\right)$ jest geometryczny i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Wyznacz x .
146.	Ciąg (x, y, z) jest geometryczny. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy 64. Wyznacz y .
147.	Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej (a_n) oraz $a_2 = 6$ oraz $a_5 = -48$. Wyznacz a_8 .
148.	Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, są liczbami dodatnimi. Drugi wyraz tego ciągu jest równy 162, a piąty wyraz jest równy 48. Wyznacz iloraz tego ciągu.
149.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{9}$. Wyznacz iloraz tego ciągu.
150.	Dla pewnej liczby x ciąg $(x, x + 4, 16)$ jest geometryczny. Wyznacz x .
151.	Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego a_n określonego dla $n \geq 1$ są dodatnie i $3a_2 = 2a_3$. Wyznacz iloraz tego ciągu.
152.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, w którym $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = 2\sqrt{2}$, $a_3 = 4\sqrt{2}$. Wyznacz wzór na n -ty wyraz tego ciągu.
153.	Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach dodatnich: $(81, 3x, 4)$. Wyznacz x .
154.	Dany jest ciąg geometryczny o wyrazach nieujemnych: $(x, 2x^2, 4x^3, 8)$. Wyznacz x .
155.	Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego jest równy 8, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy (-216) . Wyznacz iloraz ciągu geometrycznego.
156.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_1 = 72$ i $a_4 = 9$. Wyznacz iloraz ciągu.
157.	Ciąg $(x, 2x + 3, 4x + 3)$ jest geometryczny. Wyznacz pierwszy wyraz tego ciągu.
158.	Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n$ dla $n \geq 1$. Wyznacz sumę dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.
159.	W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $a_4 = 3a_1$. Wyznacz iloraz q tego ciągu.
160.	Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_1 = -\sqrt{2}$, $a_2 = 2$, $a_3 = -2\sqrt{2}$. Wyznacz dziesiąty wyraz tego ciągu.
161.	Ciąg geometryczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = -\frac{3^n}{4}$ dla $n \geq 1$. Wyznacz iloraz tego ciągu.
162.	W ciągu geometrycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, wyraz $a_1 = 5$, natomiast iloraz $q = -2$. Wyznacz sumę dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu.
163.	Liczby: $x - 2, 6, 12$, w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wyznacz x .
164.	W dziewięciowyrazowym ciągu geometrycznym o wyrazach dodatnich pierwszy wyraz jest równy 3, a ostatni wyraz jest równy 12. Wyznacz piąty wyraz tego ciągu.
165.	Liczby: $3x - 4, 8, 2$, w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wyznacz x .
166.	W ciągu geometrycznym (a_n) pierwszy wyraz jest równy $\frac{9}{8}$, a czwarty wyraz jest równy $\frac{1}{3}$. Wyznacz iloraz q tego ciągu.
167.	Ciąg $(27, 18, x + 5)$ jest geometryczny. Wyznacz x .
168.	W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ i $a_3 = -\frac{3}{2}$. Wyznacz a_1 .

169.	W ciągu geometrycznym (a_n) mamy $a_3 = 5$ i $a_4 = 15$. Wyznacz a_5 .
170.	Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_3 = 1$ i $a_4 = \frac{2}{3}$. Wyznacz a_1 .
171.	W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 2$ i $a_2 = 12$. Wyznacz a_4 .
172.	W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 3$ i $a_4 = 24$. Wyznacz iloraz tego ciągu.
173.	W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 32$ i $a_4 = -4$. Wyznacz iloraz tego ciągu.
174.	Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 4, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy (-2) . Wyznacz pierwszy wyraz tego ciągu.
175.	Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 4, a piąty wyraz tego ciągu jest równy 1. Wyznacz pierwszy wyraz tego ciągu.
176.	Liczby $-8, 4, x + 1$ (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Wyznacz x .
177.	Dane są liczby: $a = 2\sqrt{2}$, $b = 4$, $c = 4\sqrt{2}$. Sprawdź czy w kolejności a, b, c liczby tworzą ciąg geometryczny.
178.	Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wyrazy trzeci i szósty tego ciągu spełniają warunek $a_3 \cdot a_6 = 18$. Oblicz $a_2 \cdot a_7$.
179.	Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3n + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzywyrazowy ciąg (a_1, a_9, a_k) jest geometryczny. Oblicz k .
180.	Masa m leku L zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą $m(t) = m_0 \cdot (0,6)^{0,25t}$ gdzie: m_0 – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t = 0$ dawki leku, t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$ zażycia leku. Liczby $m(2,5)$, $m(4,5)$, $m(6,5)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz iloraz tego ciągu.
181.	Trójwyrazowy ciąg $(x, 3x + 2, 9x + 16)$ jest geometryczny. Oblicz x .
182.	Rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa 10. Wyrazy a_3, a_5, a_{13} tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) .
183.	Dany jest trzywyrazowy ciąg $(x + 2, 4x + 2, x + 11)$. Oblicz te wszystkie wartości x , dla których ten ciąg jest geometryczny.
184.	Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\langle 2\sqrt{2}; 3\sqrt{2} \rangle$.
185.	W ciągu geometrycznym przez S_n oznaczamy sumę n początkowych wyrazów tego ciągu, dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wiadomo, że dla pewnego ciągu geometrycznego: $S_1 = 2$ i $S_2 = 12$. Wyznacz iloraz i piąty wyraz tego ciągu.
186.	Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) , dla $n \geq 1$ taki, że $a_5 = 18$. Wyrazy a_1, a_3 oraz a_{13} tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu geometrycznego. Wyznacz wzór na n – ty wyraz ciągu (a_n) .
187.	W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu, jest równa 12. Wyrazy a_1, a_3, a_k ciągu (a_n) , w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n) . Oblicz k .
188.	Kwadrat K_1 ma bok długości a . Obok niego rysujemy kolejno kwadraty $K_2, K_3, K_4, \dots$ takie, że kolejny kwadrat ma bok o połowę mniejszy od boku poprzedniego kwadratu (zobacz rysunek).  Wyznacz pole kwadratu K_{12} .

189.	Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 7 \cdot 3^{n+1}$, dla $n \geq 1$. Oblicz iloraz q tego ciągu.
190.	Liczby 64, x , 4 są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem malejącego ciągu geometrycznego. Oblicz piąty wyraz tego ciągu.
191.	Ciąg $(1, x, y - 1)$ jest arytmetyczny, natomiast ciąg $(x, y, 12)$ jest geometryczny. Oblicz x oraz y i podaj ten ciąg geometryczny.
192.	Liczby a, b, c tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 93. Te same liczby, w podanej kolejności są pierwszym, drugim i siódmym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz a, b, c .
193.	Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$. Oblicz wartość m , dla której liczby $f(m), f(1), f(2)$ są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego.
194.	Wyznacz wzór na n – ty wyraz ciągu arytmetycznego wiedząc, że suma pierwszych pięciu jego wyrazów jest równa 10, a wyrazy trzeci, piąty i trzynasty tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.
195.	Iloraz skończonego ciągu geometrycznego jest równy $\frac{1}{3}$, trzeci wyraz tego ciągu jest równy $\frac{1}{9}$, a suma wszystkich wyrazów to $\frac{364}{243}$. Oblicz, z ilu wyrazów składa się ten ciąg.
196.	Liczby x, y, z , których suma jest równa 114, tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Liczby te są również wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego (a_n) , gdzie $n \geq 1$, w którym $x = a_1, y = a_4$ i $z = a_{25}$. Oblicz liczby x, y, z .
197.	Trzy liczby, których suma jest równa 24, tworzą ciąg arytmetyczny. Po zwiększeniu ich odpowiednio o 4, 10 i 40 będą w tej samej kolejności tworzyły ciąg geometryczny. Oblicz te trzy liczby tworzące ciąg arytmetyczny.
198.	
199.	