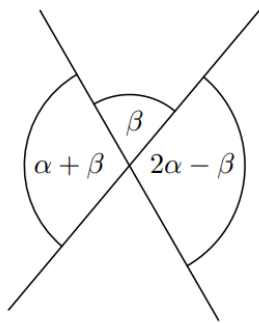


17.1. Planimetria (1).

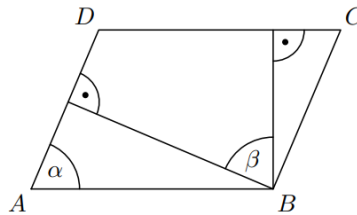
Zadania:

1. Dane są dwie przecinające się proste. Miary kątów utworzonych przez te proste zapisano za pomocą wyrażeń algebraicznych (zobacz rysunek).



Wyznacz α i β .

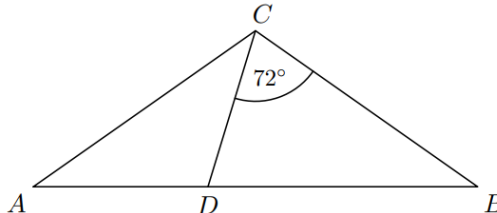
2. W równoległoboku $ABCD$, przedstawionym na rysunku, kąt α ma miarę 70° .



Wyznacz β .

3. W każdym n -kącie wypukłym ($n \geq 3$) liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Znajdź wielokąt wypukły, w którym liczba przekątnych jest o 25 większa od liczby boków

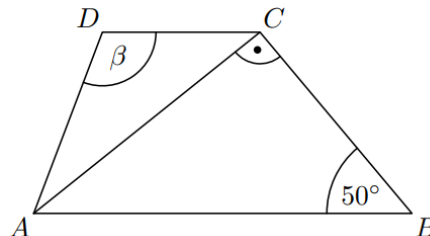
4. Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Na podstawie AB tego trójkąta leży punkt D , taki że $|AD| = |CD|$, $|BC| = |BD|$ oraz $BCD = 72^\circ$ (zobacz rysunek).



Oblicz miarę kąta ACD .

5. Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Kąt między ramionami tego trójkąta ma miarę 44° . Dwusieczna kąta poprowadzona z wierzchołka A przecina bok BC tego trójkąta w punkcie D . Oblicz miarę kąta ADC .

6. Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC , $|AD| = |DC|$ oraz $|\angle ABC| = 50^\circ$ (zobacz rysunek).



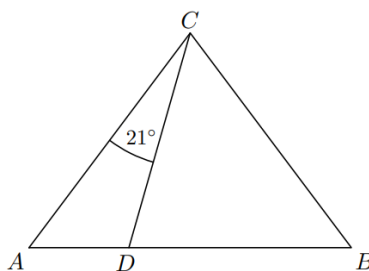
Wyznacz β .

7. Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta pozostają w stosunku $3 : 4 : 5$. Wyznacz najmniejszy kąt wewnętrzny tego trójkąta.

8. Wyznacz liczbę przekątnych siedmiokąta foremnego.

9. Różnica miar dwóch sąsiednich kątów wewnętrznych równoległoboku jest równa 30° . Wyznacz miarę kąta rozwartego w tym równoległoboku.

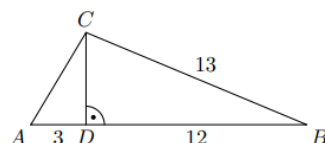
- 10.** W trójkącie ABC , w którym $|AC| = |BC|$, na boku AB wybrano punkt D taki, że $|BD| = |CD|$ oraz $|\angle ACD| = 21^\circ$ (zobacz rysunek)



Oblicz miarę kąta BCD .

- 11.** Różnica miar kątów wewnętrznych przy ramieniu trapezu równoramiennego, który nie jest równoległobokiem, jest równa 40° . Oblicz miarę kąta przy krótszej podstawie tego trapezu.

- 12.** W trójkącie ABC bok BC ma długość 13, a wysokość CD tego trójkąta dzieli bok AB na odcinki o długościach $|AD| = 3$ i $|BD| = 12$ (zobacz rysunek obok).



Wyznacz długość boku AC .

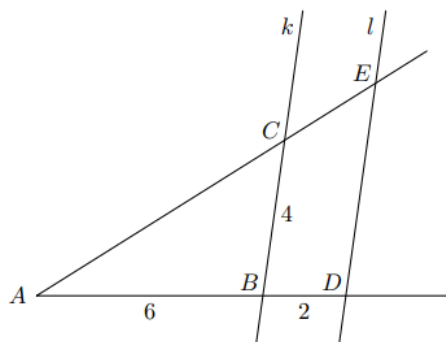
- 13.** Ogród ma kształt prostokąta o bokach długości 20 m i 40 m. Na dwóch końcach przekątnej tego prostokąta wbito słupki. Oblicz odległość między słupkami.

- 14.** Przekątna AC prostokąta $ABCD$ ma długość 11, a bok AB jest od niej o 5 krótszy. Oblicz długość boku AD .

- 15.** Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 6, a ramię ma długość 5. Oblicz długość wysokości opuszczonej na podstawę.

- 16.** W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC| = |BC| = 7$ oraz $|AB| = 12$. Wyznacz wysokość opuszczoną z wierzchołka C .

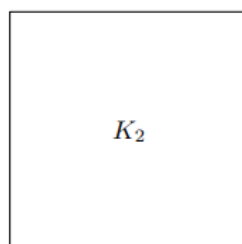
- 17.** Ramiona kąta o wierzchołku w punkcie A przecięto dwiema prostymi równoległymi k oraz l . Prosta k przecina ramiona tego kąta w punktach B oraz C . Prosta l przecina ramiona tego kąta w punktach D oraz E . Punkty B oraz D leżą na jednym ramieniu tego kąta, a punkty C oraz E leżą na drugim ramieniu tego kąta. Ponadto $|AB| = 6$, $|BC| = 4$ oraz $|BD| = 2$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka DE .

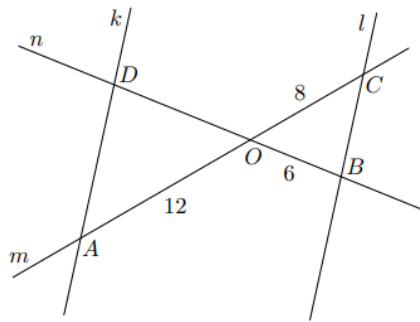
- 18.** Kwadrat K_2 jest podobny do kwadratu K_1 w skali 5 (zobacz rysunek). Suma pól tych kwadratów jest równa 78.

K_1



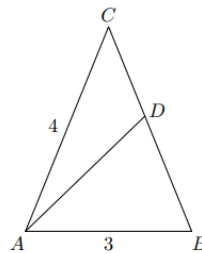
Oblicz długość boku kwadratu K_1 .

- 19.** Na płaszczyźnie dane są cztery proste: k, l, m oraz n . Proste k oraz l są równoległe. Prosta m przecina proste k oraz l w punktach – odpowiednio – A oraz C . Prosta n przecina proste k oraz l w punktach – odpowiednio – D oraz B . Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O . Ponadto $|OA| = 12$, $|OB| = 6$, oraz $|OC| = 8$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka OD .

- 20.** W trójkącie równoramiennym ABC dane są: $|AC| = |BC| = 4$ i $|AB| = 3$. Na boku BC , między punktami B i C , wybrano taki punkt D , że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek).



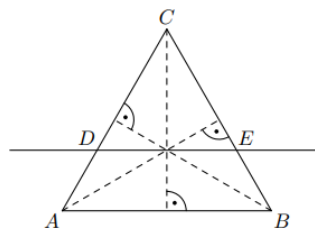
Oblicz długość odcinka BD .

- 21.** Dane są dwa trójkąty podobne ABC i KLM o polach równych – odpowiednio – P oraz $2P$. Obwód trójkąta ABC jest równy x . Wyznacz obwód trójkąta KLM .

- 22.** Trapez T_1 , o polu równym 52 i obwodzie 36, jest podobny do trapezu T_2 . Pole trapezu T_2 jest równe 13. Oblicz obwód trapezu T_2 .

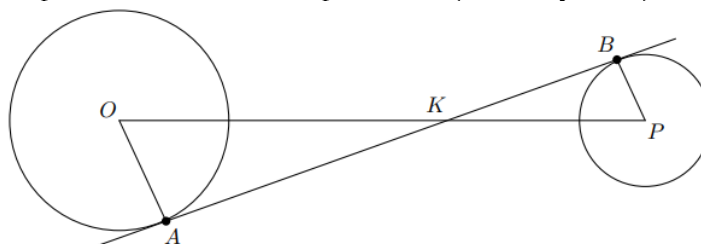
- 23.** Pole trójkąta równobocznego T_1 jest równe $\frac{(1,5)^2\sqrt{3}}{4}$. Pole trójkąta równobocznego T_2 jest równe $\frac{(4,5)^2\sqrt{3}}{4}$. Wyznacz skalę podobieństwa trójkąta T_2 do trójkąta T_1 .

- 24.** Przez punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego ABC poprowadzono prostą DE równoległą do podstawy AB (zobacz rysunek).



Wyznacz stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta CDE .

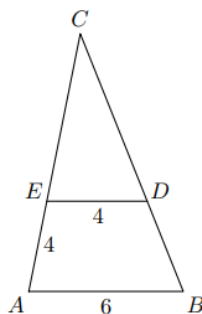
- 25.** Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3. Odcinek OP ma długość 16. Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B . Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka $|OK|$.

- 26.** Dany jest trójkąt o bokach długości: $2\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, 4\sqrt{5}$. Wyznacz boki trójkąta podobnego do danego w skali $k = \sqrt{5}$.

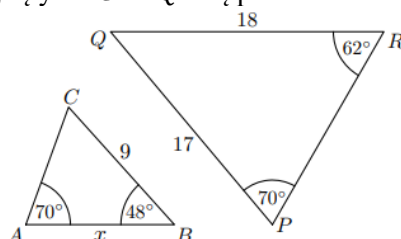
- 27.** W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC , a punkt E leży na boku AC . Odcinek DE jest równoległy do boku AB , a ponadto $|AE| = |DE| = 4$, $|AB| = 6$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka $|CE|$.

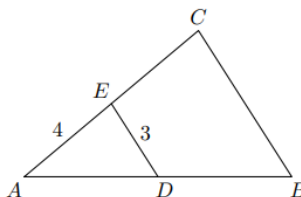
- 28.** Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta $A'B'C'$ w skali $\frac{5}{2}$, przy czym $|AB| = \frac{5}{2}|A'B'|$. Wyznacz stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta $A'B'C'$.

- 29.** Przedstawione na rysunku trójkąty ABC i PQR są podobne.



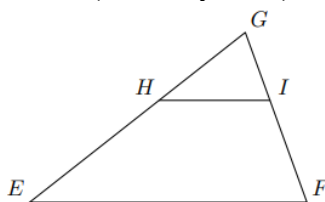
Oblicz długość boku AB trójkąta ABC .

- 30.** Odcinki BC i DE są równoległe i $|AE| = 4$, $|DE| = 3$ (zobacz rysunek). Punkt D jest środkiem odcinka AB .



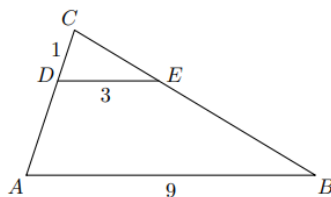
Oblicz długość odcinka BC .

- 31.** W trójkącie EFG bok EF ma długość 21. Prosta równoległa do boku EF przecina boki EG i FG trójkąta odpowiednio w punktach H oraz I (zobacz rysunek) w taki sposób, że $|HI| = 7$ i $|GI| = 3$.



Oblicz długość odcinka FI .

- 32.** Odcinki AB i DE są równoległe. Długości odcinków CD , DE i AB są odpowiednio równe 1, 3, 9.



Oblicz długość odcinka AD .

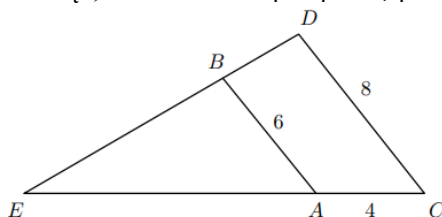
- 33.** Jeżeli trójkąty ABC i $A'B'C'$ są podobne, a ich pola są, odpowiednio, równe 25 cm^2 i 50 cm^2 .

Oblicz skalę podobieństwa $\frac{A'B'}{AB}$.

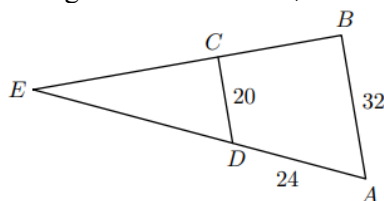
- 34.** Prostokąt $ABCD$ o przekątnej długości $2\sqrt{13}$ jest podobny do prostokąta o bokach długości 2 i 3. Oblicz obwód prostokąta $ABCD$.

35. Pionowy słupek o wysokości 90 cm rzuca cień o długości 60 cm. W tej samej chwili stojąca obok wieża rzuca cień o długości 12 m. Jaka jest wysokość wieży?

36. Oblicz długość odcinka AE wiedząc, że $AB \parallel CD$ i $|AB| = 6$, $|AC| = 4$, $|CD| = 8$.

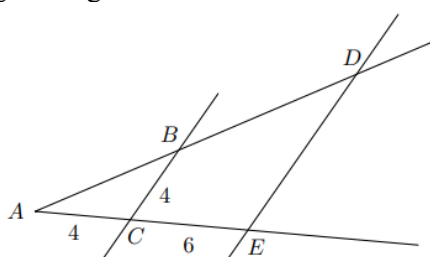


37. Odcinki AB i CD są równoległe. Długości odcinków AB , CD i AD są podane na rysunku.



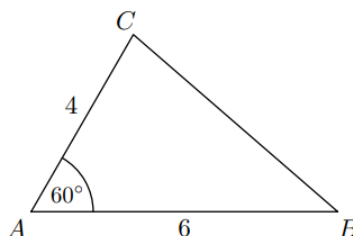
Oblicz długość odcinka DE .

38. Odcinki BC i DE są równoległe. Długości odcinków AC , CE i BC są podane na rysunku.



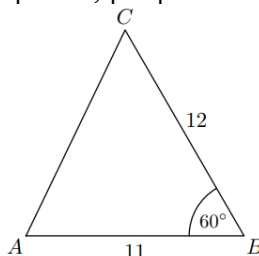
Oblicz długość odcinka DE .

39. Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 6$, $|AC| = 4$ oraz $|\sphericalangle CAB| = 60^\circ$ (zobacz rysunek).



- Oblicz pole trójkąta ABC
- Oblicz długość boku BC trójkąta ABC

40. Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 11$, $|BC| = 12$ oraz $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$ (zobacz rysunek).



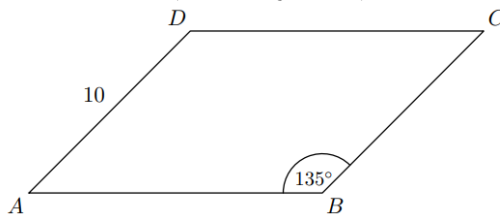
- Oblicz pole trójkąta ABC .
- Sprawdź czy trójkąt ABC jest równoramienny.

41. Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 5$, $|AC| = 2$ oraz $\cos|\sphericalangle BAC| = \frac{3}{5}$. Oblicz długość boku BC tego trójkąta.

42. Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze 120° . Oblicz pole tego równoległoboku.

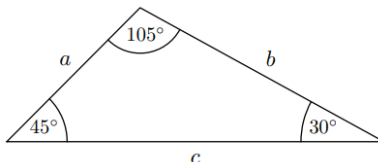
43. W rombie o boku długości $6\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę 150° . Oblicz iloczyn długości przekątnych tego rombu.

- 44.** Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek).



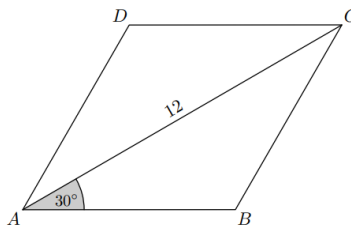
Oblicz długość boku AB .

- 45.** Dany jest trójkąt, którego kąty mają miary 30° , 45° oraz 105° . Długości boków trójkąta, leżących naprzeciwko tych kątów są równe – odpowiednio – a , b oraz c (zobacz rysunek).



Zapisz pole trójkąta za pomocą zmiennych a , b oraz c .

- 46.** W rombie $ABCD$ dłuższa przekątna AC ma długość 12 i tworzy z bokiem AB kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).

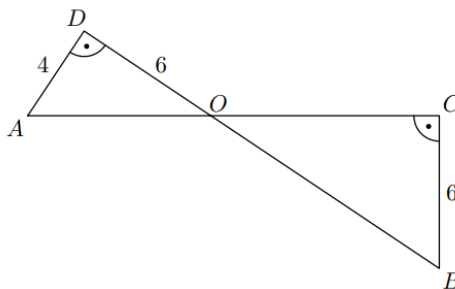


Oblicz pole rombu $ABCD$.

- 47.** Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 6$, $|BC| = 5$, $|AC| = 10$.

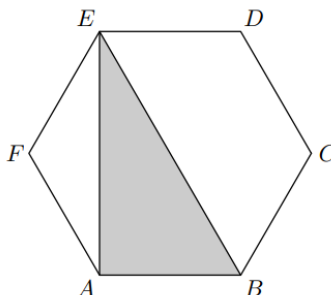
- Oblicz cosinus kąta ABC .
- Sprawdź czy trójkąt jest rozwartokątny.

- 48.** Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O . Ponadto $|AD| = 4$ i $|OD| = |BC| = 6$. Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka OC .

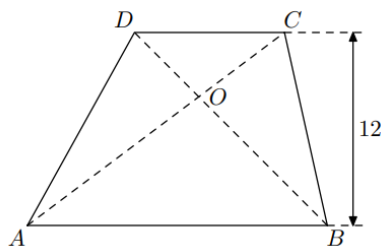
- 49.** Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



- Oblicz pole trójkąta ABE .
- Oblicz długość odcinka AE .

- 50.** Pole prostokąta jest równe 16, a przekątne tego prostokąta przecinają się pod kątem ostrym α , takim, że $\sin \alpha = 0,2$. Oblicz długość przekątnej tego prostokąta.

- 51.** Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$ oraz przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O (zobacz rysunek). Wysokość tego trapezu jest równa 12. Obwód trójkąta ABO jest równy 39, a obwód trójkąta CDO jest równy 13.

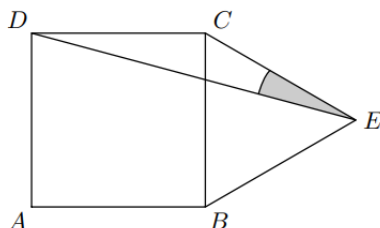


Oblicz wysokość trójkąta ABO poprowadzoną z punktu O .

- 52.** Oblicz pole rombu o obwodzie 20 i kącie rozwartym 120° .

- 53.** W trójkącie miary kątów są równe: $\alpha, 4\alpha, \alpha + 30^\circ$. oblicz miarę największego kąta tego trójkąta.

- 54.** Na boku BC kwadratu $ABCD$ (na zewnątrz) zbudowano trójkąt równoboczny BEC (zobacz rysunek).

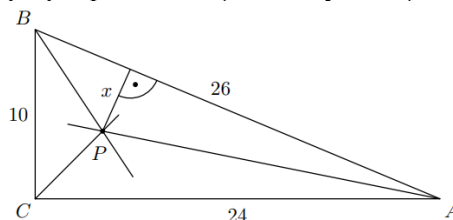


Oblicz miarę kąta DEC .

- 55.** Wysokość trójkąta równobocznego jest równa $6\sqrt{3}$. Oblicz pole tego trójkąta.

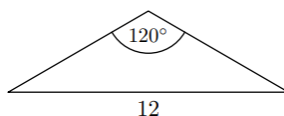
- 56.** Boki równoległoboku mają długości 6 i 10, a kąt rozwarty między tymi bokami ma miarę 120° . Oblicz pole tego równoległoboku.

- 57.** Dany jest trójkąt prostokątny ABC o bokach $|AC| = 24$, $|BC| = 10$, $|AB| = 26$. Dwusieczne kątów tego trójkąta przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).



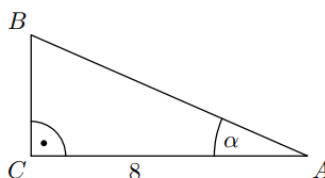
Oblicz odległość x punktu P od przeciwprostokątnej AB .

- 58.** W pewnym trójkącie równoramiennym największy kąt ma miarę 120° , a najdłuższy bok ma długość 12 (zobacz rysunek).



Wyznacz najkrótszą wysokość tego trójkąta.

- 59.** Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 8 oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$ (zobacz rysunek).

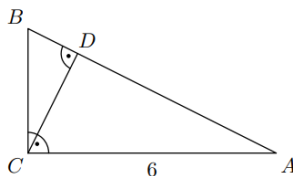


Oblicz pole tego trójkąta.

- 60.** Pole pewnego trójkąta równobocznego jest równe $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. Oblicz obwód tego trójkąta.

- 61.** W trapezie równoramiennym $ABCD$ podstawy AB i CD mają długości równe odpowiednio a i b (przy czym $a > b$). Miara kąta ostrego trapezu jest równa 30° . Oblicz wysokość tego trapezu.

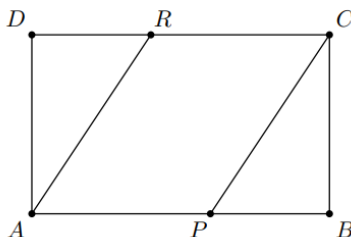
- 62.** Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 6, a wysokość CD dzieli go na dwa takie trójkąty ADC i CDB , że pole trójkąta ADC jest 4 razy większe od pola trójkąta CDB (zobacz rysunek).



Oblicz przyprostokątną BC trójkąta prostokątnego ABC .

- 63.** Pole trójkąta równoramiennego jest równe $25\sqrt{2}$. Miara kąta między ramionami tego trójkąta jest równa 45° . Oblicz długość ramion tego trójkąta.

- 64.** Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano - odpowiednio - punkty P i R , takie, że $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$ (zobacz rysunek).



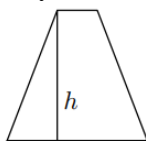
Oblicz pole czworokąta $APCR$.

- 65.** Dany jest romb o boku długości 4 i kącie rozwartym 150° . Oblicz pole tego rombu.

- 66.** Różnica miar dwóch sąsiednich kątów wewnętrznych równoległoboku jest równa 80° . Oblicz miarę kąta rozwartego tego równoległoboku.

- 67.** Oblicz pole trójkąta o bokach długości 4 oraz 9 i kącie między nimi o mierze 60° .

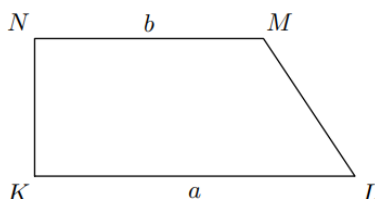
- 68.** Długości boków trapezu równoramiennego są równe 12, 13, 2, 13.



Oblicz wysokość h trapezu.

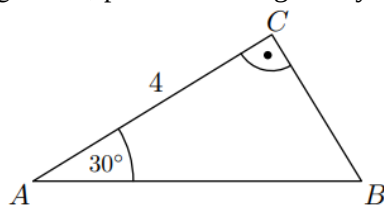
- 69.** Miara kątów pewnego czworokąta pozostają w stosunku 2 : 3 : 3 : 4. Oblicz miarę najmniejszego kąta tego czworokąta.

- 70.** Dany jest trapez prostokątny $KLMN$, podstawy mają długości $|KL| = a$, $|MN| = b$, $a > b$. Kąt KLM ma miarę 60° . Oblicz długość ramienia LM tego trapezu.



- 71.** Dany jest trójkąt równoboczny, którego pole jest równe $6\sqrt{3}$. Oblicz długość boku tego trójkąta.

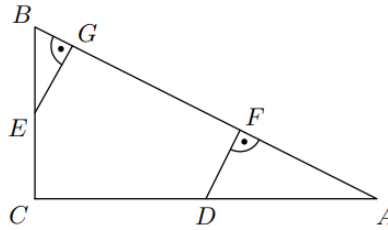
- 72.** Oblicz pole trójkąta prostokątnego ABC , przedstawionego na rysunku



- 73.** Przekątne równoległoboku mają długości 4 i 8, a kąt między tymi przekątnymi ma miarę 30° . Oblicz pole tego równoległoboku.

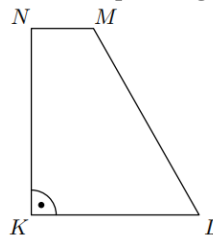
- 74.** Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę 150° . Oblicz pole tego trójkąta.

75. Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC . Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4.

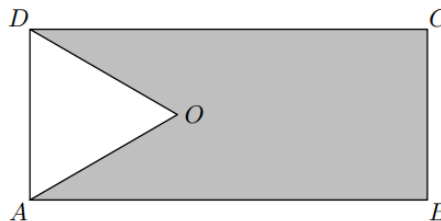


Oblicz pole trójkąta ABC .

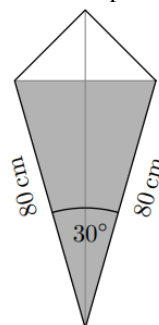
76. Z odcinków o długościach: 5 , $2a + 1$, $a - 1$ można zbudować trójkąt równoramienny. Podaj długość a .
77. Oblicz pole rombu o bokach 6 i kącie rozwartym 150° .
78. Długości boków trójkąta są liczbami całkowitymi. Jeden bok ma 7 cm, a drugi ma 2 cm. Jaka długość może mieć trzeci bok tego trójkąta.
79. Boki trójkąta mają długości 20 i 12 , a kąt między tymi bokami ma miarę 120° . Oblicz pole tego trójkąta.
80. Dany jest trójkąt równoramienny, w którym ramię o długości 20 tworzy z podstawą kąt $67,5^\circ$. Oblicz pole tego trójkąta.
81. Na planie miasta, narysowanym w skali $1 : 20\,000$, park jest prostokątem o bokach 2 cm i 5 cm. Oblicz rzeczywistą powierzchnię tego parku.
82. W trapezie $KLMN$, w którym $KL \parallel MN$, kąt LKN jest prosty (zobacz rysunek) oraz dane są: $|MN| = 3$, $|KN| = 4\sqrt{3}$, $|\sphericalangle KLM| = 60^\circ$. Oblicz pole tego trapezu.



83. Oblicz wysokość trapezu równoramiennego o kącie ostrym 60° i ramieniu długości $2\sqrt{3}$.
84. Najdłuższa przekątna sześciokąta foremnego ma długość 8 . Oblicz pole koła opisanego na tym sześciokącie.
85. Oblicz pole równoległoboku o bokach długości 4 i 12 oraz kącie ostrym 30° .
86. Z prostokąta $ABCD$ o obwodzie 30 wycięto trójkąt równoboczny AOD o obwodzie 15 (tak jak na rysunku). Oblicz obwód zacieniowanej figury.



87. Latawiec ma wymiary podane na rysunku. Oblicz powierzchnię zacieniowanego trójkąta.



88. Kosinus kąta ostrego rombu jest równy $\frac{\sqrt{3}}{2}$, bok rombu ma długość 3 . Oblicz pole tego rombu.

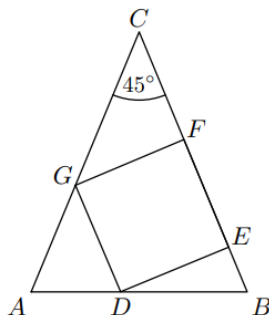
89. Pole prostokąta jest równe 40. Stosunek długości jego boków jest równy 2 : 5. Oblicz długość dłuższego boku tego prostokąta.

90. Dany jest romb o boku długości 4 i kącie ostrym 60° . Oblicz pole tego rombu.

91. Oblicz wysokość rombu o boku długości 6 i kącie ostrym 60° .

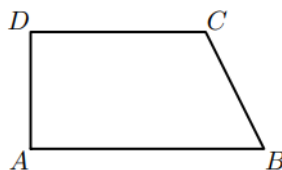
92. Drut o długości 27 m pocięto na trzy części, których stosunek długości jest równy 2 : 3 : 4. Jaka długość ma najkrótsza z tych części?

93. Dane są trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$ i $|\sphericalangle ACB| = 45^\circ$, oraz kwadrat $DEFG$ o polu równym 1. Wierzchołki E i F kwadratu leżą na ramieniu BC danego trójkąta, wierzchołek G leży na ramieniu AC , a wierzchołek D leży na podstawie AB trójkąta (zobacz rysunek).

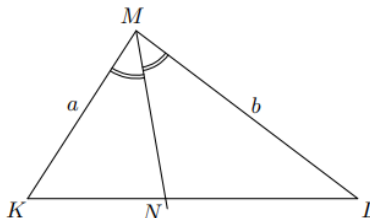


- a) Oblicz miarę kąta AGD .
b) Oblicz różnicę $|AG| - |BE|$.

94. Długość ramienia BC trapezu prostokątnego jest dwa razy większa od różnicy długości jego podstaw. Oblicz miarę kąta ABC .

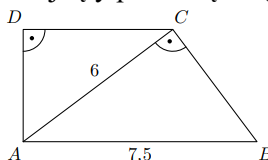


95. Dany jest trójkąt KLM , w którym $|KM| = a$ oraz $|LM| = b$. Dwusieczna kąta LMK przecina bok KL w punkcie N (zobacz rysunek).



Wykaż, że stosunek pola trójkąta KNM do pola trójkąta NLM jest równy $\frac{a}{b}$.

96. W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 7,5. Krótsza przekątna AC ma długość równą 6 i dzieli trapez na dwa trójkąty prostokątne (zobacz rysunek).



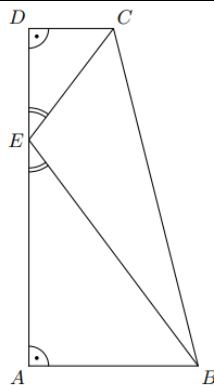
Oblicz pole trapezu $ABCD$.

97. Bok kwadratu $ABCD$ ma długość równą 12. Punkt S jest środkiem boku BC tego kwadratu. Na odcinku AS leży punkt P taki, że odcinek BP jest prostopadły do odcinka AS . Oblicz długość odcinka BP .

98. Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 5 i 12. Przeciwnprostokątna trójkąta T_2 ma długość 26. Oblicz pole trójkąta T_2 .

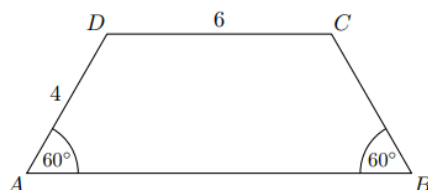
99.

100. Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 12$ oraz $|CD| = 6$. Wysokość AD tego trapezu ma długość 24. Na odcinku AD leży punkt E taki, że $|\sphericalangle BEA| = |\sphericalangle CED|$ (zobacz rysunek).



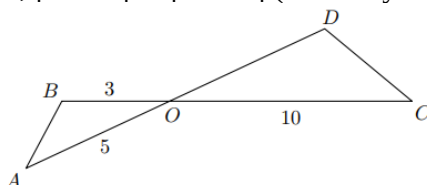
Oblicz długość odcinka BE .

- 101.** Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę 60° (zobacz rysunek).



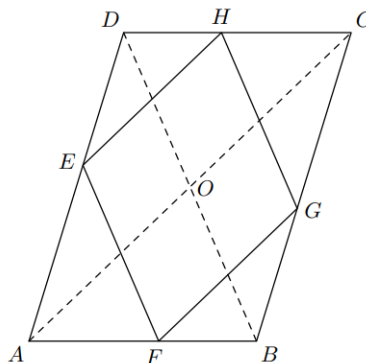
Oblicz pole tego trapezu.

- 102.** Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O . W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 5$, $|BO| = 3$, $|OC| = 10$, $|\sphericalangle OAB| = |\sphericalangle OCD|$ (zobacz rysunek).



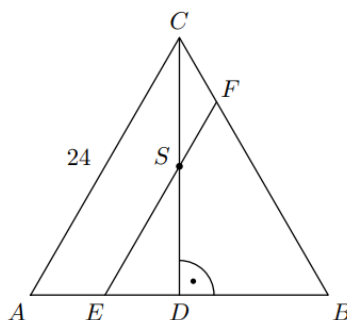
Oblicz długość boku OD trójkąta ODC .

- 103.** Przekątne równoległoboku $ABCD$ mają długości: $|AC| = 16$ oraz $|BD| = 12$. Wierzchołki E, F, G oraz H rombu $EFGH$ leżą na bokach równoległoboku $ABCD$ (zobacz rysunek). Boki tego rombu są równoległe do przekątnych równoległoboku.



Oblicz długość boku rombu $EFGH$.

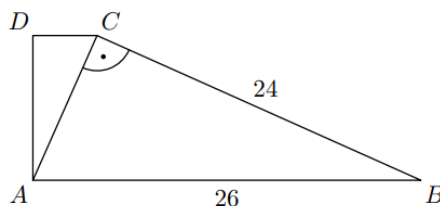
- 104.** Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 24. Punkt E leży na boku AB , a punkt F – na boku BC tego trójkąta. Odcinek EF jest równoległy do boku AC i przechodzi przez środek S wysokości CD trójkąta ABC (zobacz rysunek). Oblicz długość odcinka EF .



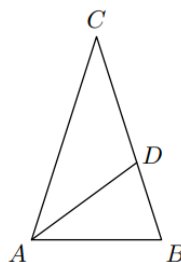
105. Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$. Oblicz pole trójkąta ABC .

106. Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8. Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

107. Dany jest trapez prostokątny $ABCD$. Podstawa AB tego trapezu jest równa 26, a ramię BC ma długość 24. Przekątna AC tego trapezu jest prostopadła do ramienia BC (zobacz rysunek). Oblicz długość ramienia AD .

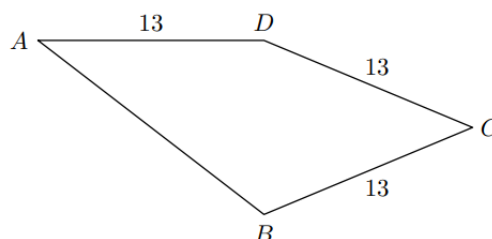


108. Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w takim punkcie D , że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek). Oblicz miarę kąta BAC .

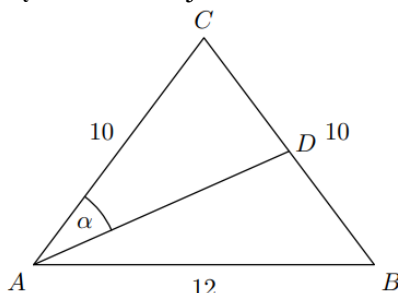


109. W trójkącie ABC boki BC i AC są równej długości. Prosta k jest prostopadła do podstawy AB tego trójkąta i przecina boki AB oraz BC w punktach – odpowiednio – D i E . Pole czworokąta $ADEC$ jest 17 razy większe od pola trójkąta BED . Oblicz $\frac{|CE|}{|EB|}$.

110. Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = |CD| = |AD| = 13$ (zobacz rysunek). Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10 i jest prostopadła do boku AD . Oblicz pole czworokąta $ABCD$.



111. Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym podstawa AB ma długość 12, a każde z ramion AC i BC ma długość równą 10. Punkt D jest środkiem ramienia BC (zobacz rysunek).

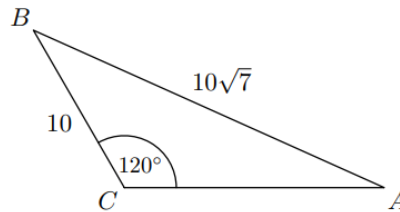


Oblicz sinus kąta α , jaki środkowa AD tworzy z ramieniem AC trójkąta ABC .

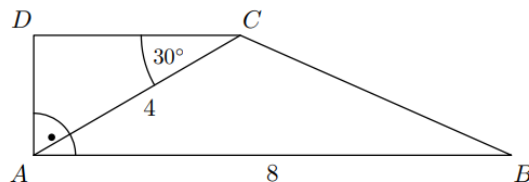
112. Trójkąt równoboczny ABC ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku BC przecina boki AB i AC – odpowiednio – w punktach K i L . Trójkąty ABC i AKL są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $\frac{3}{2}$. Oblicz długość boku trójkąta AKL .

113. Środek okręgu leży w odległości 10 cm od cięciwy tego okręgu. Długość tej cięciwy jest o 22 cm większa od promienia tego okręgu. Oblicz promień tego okręgu.

- 114.** Dany jest trójkąt rozwartokątny ABC , w którym $\angle ACB$ ma miarę 120° . Ponadto wiadomo, że $|BC| = 10$ i $|AB| = 10\sqrt{7}$ (zobacz rysunek). Oblicz długość trzeciego boku trójkąta ABC .



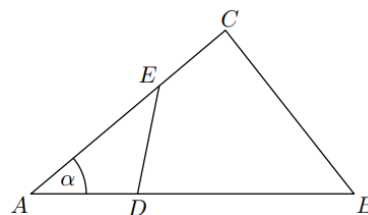
- 115.** W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.



- 116.** W trójkącie prostokątnym ACB przyprostokątna AC ma długość 5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2. Oblicz pole trójkąta ACB .

- 117.** Ramię trapezu równoramiennego $ABCD$ ma długość $\sqrt{26}$. Przekątne w tym trapezie są prostopadłe, a punkt ich przecięcia dzieli je w stosunku $2 : 3$. Oblicz pole tego trapezu.

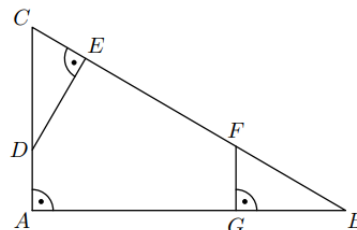
- 118.** W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB| = 15$ i $|AC| = 12$ oraz $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, gdzie $\alpha = \angle BAC$. Na bokach AB i AC tego trójkąta obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD| = 2|AD|$ i $|AE| = 2|CE|$ (zobacz rysunek).



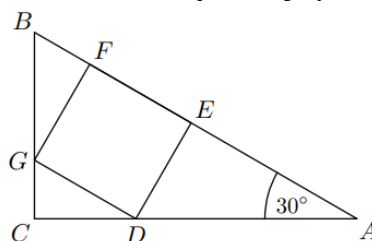
Oblicz pole

- trójkąta ADE
- czworokąta $BCED$.

- 119.** Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na przyprostokątnych AC i AB tego trójkąta obrano odpowiednio punkty D i G . Na przeciwprostokątnej BC wyznaczono punkty E i F takie, że $\angle DEC = \angle BGF = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąt CDE jest podobny do trójkąta FBG .



- 120.** Kąt CAB trójkąta prostokątnego ACB ma miarę 30° . Pole kwadratu $DEFG$, wpisanego w ten trójkąt (zobacz rysunek), jest równe 4. Oblicz pole trójkąta ACB .



- 121.** Jeden z kątów trójkąta jest trzy razy większy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o 50° . Oblicz kąty tego trójkąta.

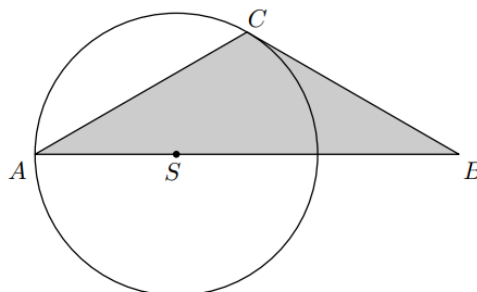
- 122.** Podstawy trapezu prostokątnego mają długość 6 i 10 oraz tangens kąta ostrego jest równy 3. Oblicz pole tego trapezu.

123. W trapezie prostokątnym krótsza przekątna dzieli go na trójkąt prostokątny i trójkąt równoboczny. Dłuższa podstawa trapezu jest równa 6. Oblicz obwód tego trapezu.

124. Dany jest trójkąt, którego dwa boki mają długości 8 cm i 12 cm, kąt zawarty między tymi bokami ma miarę 120° . Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.

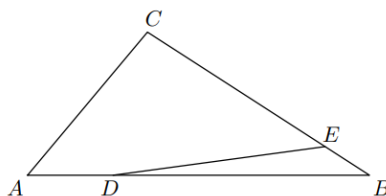
125. W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 12$, $|BC| = 8$ oraz miara kąta $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$. Oblicz długość środkowej tego trójkąta, poprowadzonej z wierzchołka A .

126. Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r . Środek S tego okręgu leży na boku AB tego trójkąta (zobacz rysunek poniżej). Długości boków AB i AC są równe odpowiednio $|AB| = 3r$ oraz $|AC| = \sqrt{3}r$.



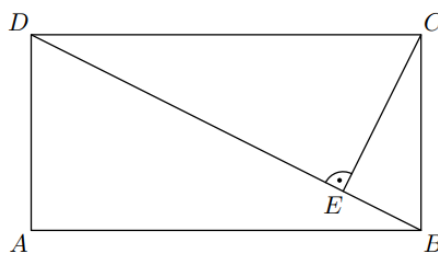
Oblicz miary wszystkich kątów trójkąta ABC .

127. Dany jest trójkąt ABC . Na boku AB tego trójkąta wybrano punkt D , taki, że $|AD| = \frac{1}{4}|AB|$, a na boku BC wybrano taki punkt E , że $|BE| = \frac{1}{5}|BC|$ (zobacz rysunek poniżej). Pole trójkąta ABC jest równe 20.



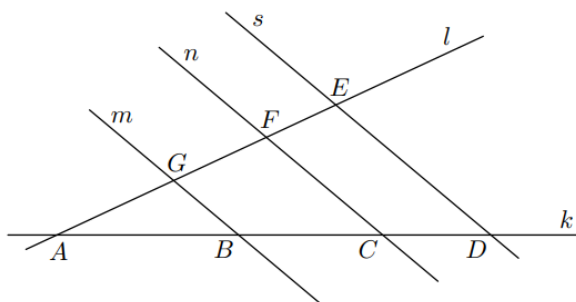
Oblicz pole trójkąta DBE .

128. Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym $|AD| = 2$. Kąt BDA ma miarę α , taką, że $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Przekątna BD i prosta przechodząca przez wierzchołek C prostopadła do BD przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka $|CE|$.

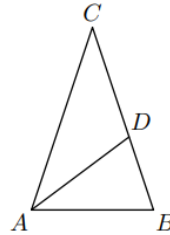
129. Proste k i l przecinają się w punkcie A . Proste m, n i s są do siebie równoległe i przecinają obie proste k i l w punktach B, C, D, E, F, G (zobacz rysunek poniżej), w taki sposób, że:
 $|BC| = 30$, $|CD| = 20$, $|GF| = 21$



Oblicz długość odcinka FE .

130. W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC| = 10$ cm, wysokość poprowadzona z wierzchołka C jest równa 5 cm. Oblicz miary kątów tego trójkąta. Odpowiedź podaj w stopniach.

- 131.** Punkt D leży na boku BC trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Odcinek $|AD|$ dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, że $|AB| = |AD| = |CD|$ (patrz rysunek). Oblicz miary kątów trójkąta ABC .



- 132.** Oblicz pole trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AB| = 24$ i $|AC| = |BC| = 13$.

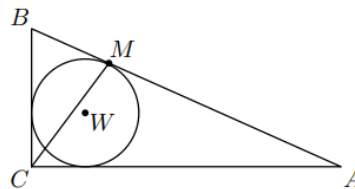
- 133.** Liczby 4, 10, c są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz c .

- 134.** Liczby 6, 10, c są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz c .

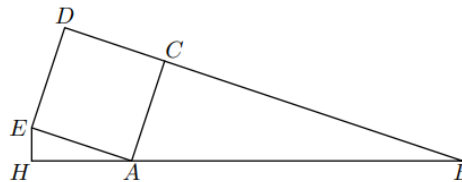
- 135.** Liczby 6, 10, c są długościami boków trójkąta prostokątnego. Oblicz c .

- 136.** Obwód czworokąta wypukłego $ABCD$ jest równy 50 cm. Obwód trójkąta ABD jest równy 46 cm, a obwód trójkąta BCD jest równy 36 cm. Oblicz długość przekątnej BD .

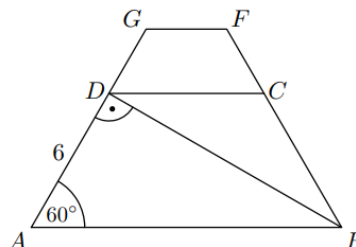
- 137.** Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|BC| = 30$, $|AC| = 40$, $|AB| = 50$. Punkt W jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boku AB w punkcie M . Oblicz długość odcinka CM .



- 138.** Na zewnątrz trójkąta prostokątnego ABC , w którym $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ oraz $|AC| = 5$, $|BC| = 12$ zbudowano kwadrat $ACDE$ (patrz rysunek). Punkt H leży na prostej AB i kąt $\sphericalangle EHA = 90^\circ$. Oblicz pole trójkąta HAE .



- 139.** Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o podstawach AB i CD , gdzie $|AB| > |CD|$. Kąt ostry tego trapezu ma miarę 60° , a przekątna jest prostopadła do ramienia, którego długość jest równa 6. Oba ramiona tego trapezu przedłużono, otrzymując trapez $DCFG$ podobny do trapezu $ABCD$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole trapezu $DCFG$.