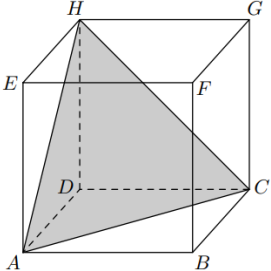
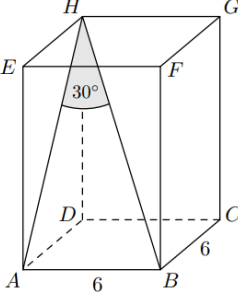
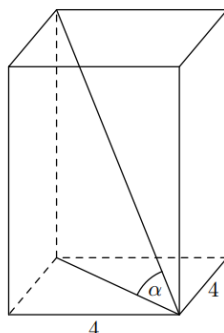


19.1. Stereometria

Zadania:

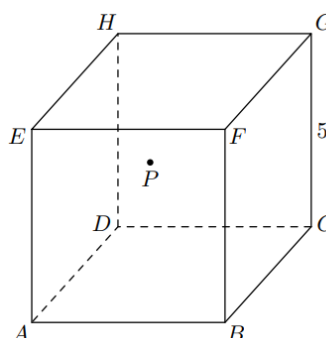
1. Liczba wszystkich ścian ostrosłupa prawidłowego jest równa 12. Oblicz liczbę wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa.
2. Ostrosłup prawidłowy ma 2024 ściany boczne. Oblicz liczbę wszystkich krawędzi tego ostrosłupa.
3. W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$. Określi jaki wielokąt jest podstawą tego ostrosłupa.
4. Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest równa 42. Oblicz liczbę wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa.
5. Wyznacz liczbę ścian bocznych ostrosłupa, który ma 10 krawędzi.
6. Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest równa 24. Oblicz liczbę wszystkich jego wierzchołków.
7. Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest o 10 większa od liczby wszystkich jego ścian bocznych. Określ jaki wielokąt jest podstawą tego graniastosłupa.
8. Graniastosłup ma 15 krawędzi. Ile wierzchołków ma ten graniastosłup?
9. Ostrosłup ma 18 wierzchołków. Wyznacz liczbę wszystkich krawędzi tego ostrosłupa.
10. Pewien wielościan ma 6 krawędzi. Określ liczbę jego ścian.
11. Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ (zobacz rysunek). Pole trójkąta ACH jest równe $4\sqrt{3}$.  Oblicz długość krawędzi tego sześcianu.
12. Objętość sześcianu jest równa 729. Oblicz długość przekątnej tego sześcianu.
13. Długości trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka prostopadłościanu są trzema kolejnymi parzystymi liczbami naturalnymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość p . Oblicz objętość tego prostopadłościanu.
14. Długości trzech wychodzących z jednego wierzchołka krawędzi prostopadłościanu są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi parzystymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość 10. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu.
15. Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym podstawy $ABCD$ i $EFGH$ są kwadratami o boku długości 6. Przekątna BH tego prostopadłościanu tworzy z przekątną AH ściany bocznej $ADHE$ kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).  Wyznacz przekątną BH tego prostopadłościanu.
16. Przekątna ściany sześcianu ma długość $2\sqrt{2}$. Oblicz objętość tego sześcianu.
17. Dany jest sześcian F o krawędzi długości a i objętości V oraz sześcian G o krawędzi długości $3a$. Oblicz objętość sześcianu G .
18. Przekątna sześcianu ma długość $5\sqrt{3}$. Oblicz objętość tego sześcianu.

- 19.** Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 4. Przekątna tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\operatorname{tg} \alpha = 2$ (zobacz rysunek).



Wyznacz wysokość tego graniastosłupa.

- 20.** Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 5. Wewnątrz sześcianu znajduje się punkt P (zobacz rysunek).

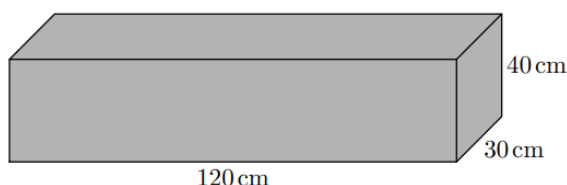


Wyznacz sumę odległości punktu P od wszystkich ścian sześcianu $ABCDEFGH$.

- 21.** Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 12. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego sześcianu.

- 22.** Przekątna sześcianu ma długość $4\sqrt{3}$. Oblicz pole powierzchni tego sześcianu.

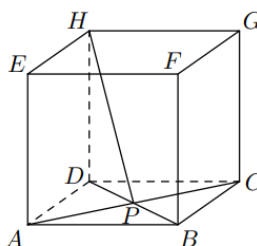
- 23.** Dany jest prostopadłościan o wymiarach $30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$ (zobacz rysunek), a ponadto dane są cztery odcinki a, b, c, d , o długościach – odpowiednio – 119 cm, 121 cm, 129 cm i 131 cm.



Wyznacz przekątną tego prostopadłościanu.

- 24.** Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 96 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu.

- 25.** Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przekątne AC i BD ściany $ABCD$ sześcianu przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).

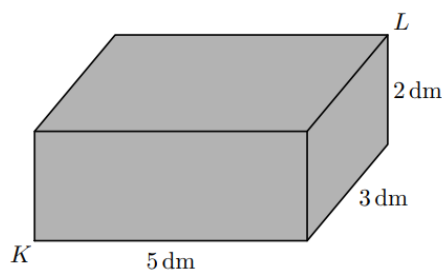


Wyznacz tangens kąta, jaki odcinek PH tworzy z płaszczyzną $ABCD$.

- 26.** Długość przekątnej sześcianu jest równa 6. Wyznacz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu.

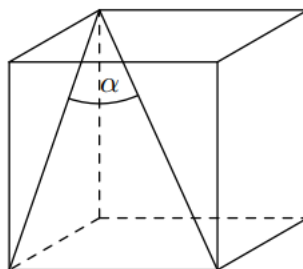
- 27.** Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 12. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego sześcianu.

- 28.** Pudełko w kształcie prostopadłościanu ma wymiary $5\text{ dm} \times 3\text{ dm} \times 2\text{ dm}$ (zobacz rysunek).



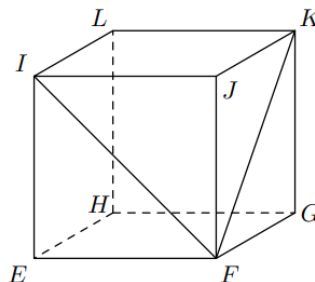
Oblicz przekątną KL tego prostopadłościanu – z dokładnością do 0,01 dm.

- 29.** Jeżeli α oznacza miarę kąta między przekątną sześcianu a przekątną ściany bocznej tego sześcianu (zobacz rysunek)



Wyznacz $\sin \alpha$.

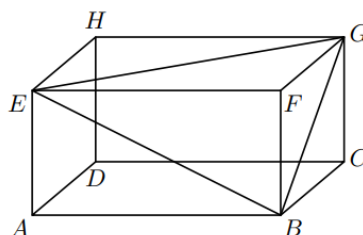
- 30.** W sześcianie $EFGHIJKL$ poprowadzono z wierzchołka F dwie przekątne sąsiednich ścian, FI oraz FK (zobacz rysunek). Wyznacz miarę kąta IFK .



- 31.** Krawędź sześcianu ma długość 9. Oblicz długość przekątnej tego sześcianu.

- 32.** Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 54. Oblicz długość przekątnej tego sześcianu.

- 33.** W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ mamy: $|AB| = 5$, $|AD| = 4$, $|AE| = 3$. Który odcinek AB , BG , GE , EB jest najdłuższy?

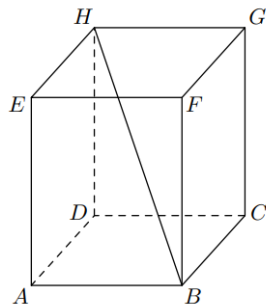


- 34.** Objętość sześcianu jest równa 27 cm^3 . Jaka jest suma długości wszystkich krawędzi tego sześcianu?

- 35.** Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o wymiarach $5 \times 3 \times 4$.

- 36.** Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 150 cm^2 . Oblicz długość krawędzi tego sześcianu.

- 37.** Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym prostokąty $ABCD$ i $EFGH$ są jego podstawami. Odcinek BH jest przekątną tego prostopadłościanu.



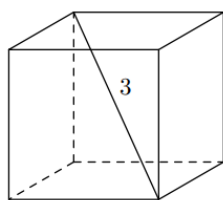
Zaznacz kąt α pomiędzy przekątną BH prostopadłościanu a jego ścianą boczną $ADHE$.

38. Dane są dwa prostopadłościany podobne: B_1 oraz B_2 . Objętość prostopadłościanu B_1 jest równa V , a objętość prostopadłościanu B_2 jest równa $27V$. Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu B_1 jest równe P . Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu B_2 .

39. Wyznacz przekątną prostopadłościanu o wymiarach $3 \times 4 \times 5$.

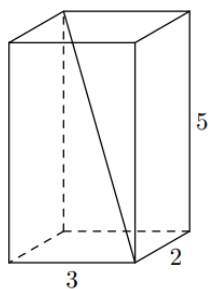
40. Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 24. Oblicz objętość tego sześcianu.

41. Przekątna sześcianu ma długość 3. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu.



42. Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 24 cm^2 . Oblicz objętość tego sześcianu.

43. Wyznacz przekątną prostopadłościanu o wymiarach $2 \times 3 \times 5$.

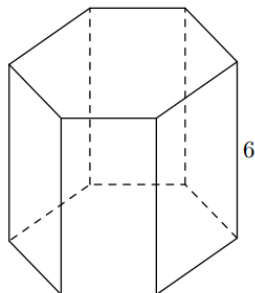


44. Każda z krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 12. Wyznacz wysokość tego ostrosłupa.

45. Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 20. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Oblicz długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa.

46. Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 4. Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod takim kątem α , że $\text{tg } \alpha = 3$. Wyznacz wysokość tego ostrosłupa.

47. Wysokość graniastoslupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 (zobacz rysunek). Pole podstawy tego graniastoslupa jest równe $15\sqrt{3}$.

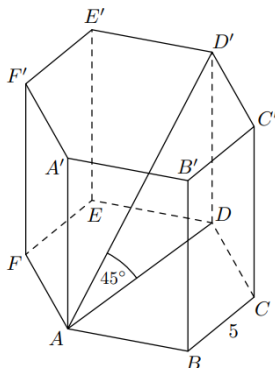


- Oblicz pole jednej ściany bocznej tego graniastoslupa.
- Zaznacz kąt nachylenia najdłuższej przekątnej graniastoslupa prawidłowego sześciokątnego do płaszczyzny podstawy.

48. Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

49. Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 12 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Wyznacz tangens kąta nachylenia najdłuższej krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

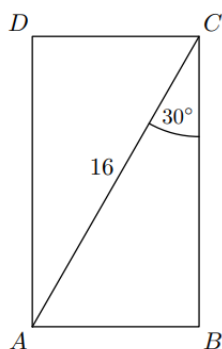
50. Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° (zobacz rysunek).



Oblicz pole ściany bocznej tego graniastosłupa.

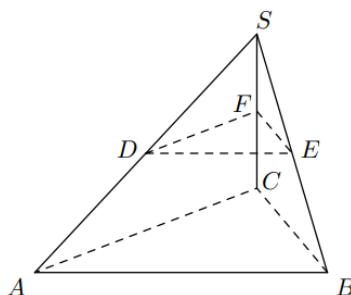
51. Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Oblicz długość przekątnej tego graniastosłupa.

52. Powierzchnię boczną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego rozcięto wzdłuż krawędzi bocznej graniastosłupa i rozłożono na płaszczyźnie. Otrzymano w ten sposób prostokąt $ABCD$, w którym bok BC odpowiada krawędzi rozcięcia (wysokości graniastosłupa). Przekątna AC tego prostokąta ma długość 16 i tworzy z bokiem BC kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).



Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.

53. Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCS$ o podstawie ABC . Punkty D, E i F są środkami – odpowiednio – krawędzi bocznych AS, BS i CS (zobacz rysunek).



Wyznacz stosunek objętości ostrosłupa $DEFS$ do objętości ostrosłupa $ABCS$.

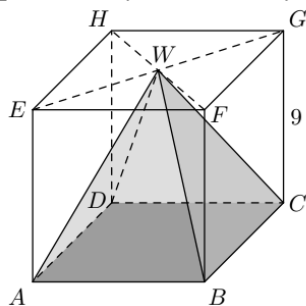
54.

55.

56.

57.

- 58.** Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W , który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).

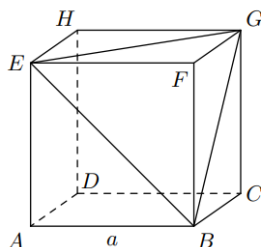


Oblicz objętość V ostrosłupa $ABCDW$.

- 59.** W graniastosłupie prawidłowym stosunek liczby wszystkich krawędzi do liczby wszystkich ścian jest równy $7 : 3$. Jaki wielokąt jest podstawą tego graniastosłupa?

- 60.** W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wszystkie krawędzie mają długość 8. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

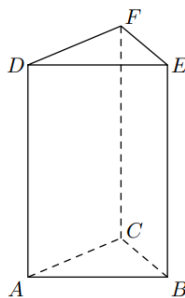
- 61.** Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości a . Punkty E, F, G, B są wierzchołkami ostrosłupa $EFGB$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa $EFGB$.

- 62.** Podstawą graniastosłupa prostego jest romb o przekątnych długości 7 cm i 10 cm. Wysokość tego graniastosłupa jest krótsza od dłuższej przekątnej rombu o 2 cm. Oblicz objętość graniastosłupa.

- 63.** Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ (zobacz rysunek obok).



Narysuj, oznacz i podpisz kąt α pomiędzy ścianą boczną $ACFD$ i przekątną AE ściany bocznej $ABED$ tego graniastosłupa?

- 64.** Graniastosłup prawidłowy ma 36 krawędzi. Długość każdej z tych krawędzi jest równa 4. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.

- 65.** Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest 2 razy dłuższa od krawędzi jego podstawy. Wyznacz stosunek pola powierzchni bocznej tego ostrosłupa do pola jego podstawy.

- 66.** Ostrosłupy prawidłowe trójkątne O_1 i O_2 mają takie same wysokości. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa O_1 jest trzy razy dłuższa od długości krawędzi podstawy ostrosłupa O_2 . Wyznacz stosunek objętości ostrosłupa O_1 do objętości ostrosłupa O_2 .

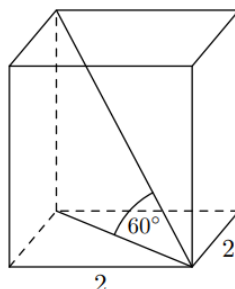
- 67.** Dane są graniastosłup i ostrosłup o takich samych podstawach. Liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa jest o 9 większa od liczby wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa. Jaki wielokąt jest podstawą każdej z tych brył?

- 68.** Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest dwa razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równa 144. Oblicz długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa.

- 69.** Gdy dodamy liczbę wszystkich krawędzi pewnego graniastosłupa do liczby wszystkich jego wierzchołków, to otrzymamy w wyniku 15. Ile jest wszystkich krawędzi tego graniastosłupa?

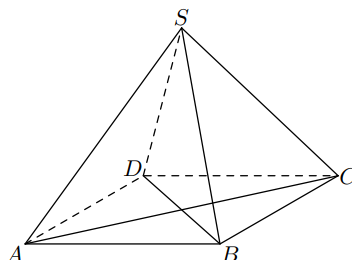
70. Graniastosłup ma 14 wierzchołków. Wyznacz liczbę wszystkich krawędzi tego graniastosłupa.

71. Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest kwadrat o boku 2. Przekątna graniastosłupa tworzy z jego podstawą kąt o mierze 60° (zobacz rysunek).



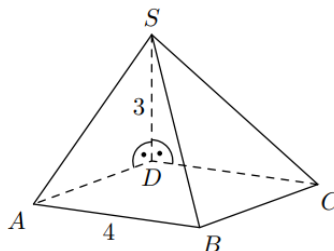
Oblicz wysokość tego graniastosłupa.

72. Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ jest kwadrat $ABCD$ (zobacz rysunek). Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi.



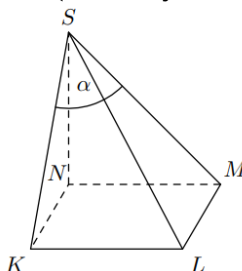
Wyznacz miarę kąta SAC .

73. Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 3 (zobacz rysunek).



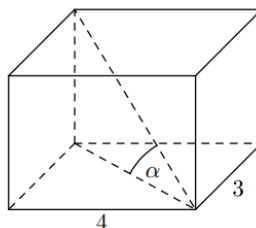
Oblicz pole ściany BCS tego ostrosłupa.

74. Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $KLMN$ o boku długości 4. Wysokością tego ostrosłupa jest krawędź NS , a jej długość też jest równa 4 (zobacz rysunek).



Wyznacz kąt α , jaki tworzą krawędzie KS i MS .

75. Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach długości 3 i 4. Kąt α , jaki przekątna tego graniastosłupa tworzy z jego podstawą, jest równy 45° (zobacz rysunek).

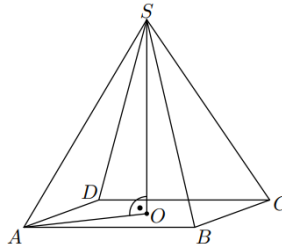


Wyznacz wysokość graniastosłupa.

76. Różnica liczby krawędzi i liczby wierzchołków ostrosłupa jest równa 11. Jaki wielokąt jest podstawą tego ostrosłupa?

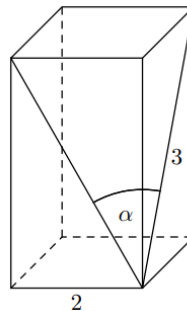
77. Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ jest kwadrat $ABCD$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Wyznacz miarę kąta ASC .

78. Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$ o podstawie $ABCD$.



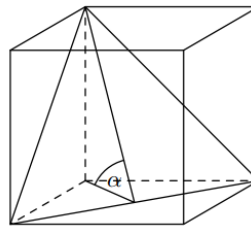
Zapisz kąt nachylenia krawędzi bocznej SA ostrosłupa do płaszczyzny podstawy $ABCD$.

79. Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 2, a przekątna ściany bocznej ma długość 3 (zobacz rysunek). Kąt, jaki tworzą przekątne ścian bocznych tego graniastosłupa wychodzące z jednego wierzchołka, ma miarę α .



Wyznacz wartość $\sin \frac{\alpha}{2}$.

80. Przekątna podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest dwa razy dłuższa od wysokości graniastosłupa. Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy (patrz rysunek).

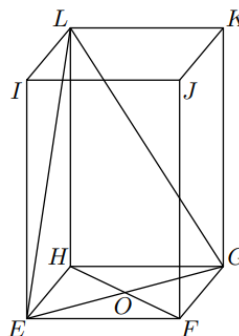


Wyznacz kąt α jaki tworzy płaszczyzna przekroju z podstawą graniastosłupa.

81. Ile wierzchołków i krawędzi ma graniastosłup o podstawie ośmiokąta?

82. Wyznacz kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy w ostrosłupie czworokątnym, w którym wszystkie krawędzie mają tę samą długość.

83. W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym $EFGHIJKL$ wierzchołki E, G, L połączono odcinkami (tak jak na rysunku).



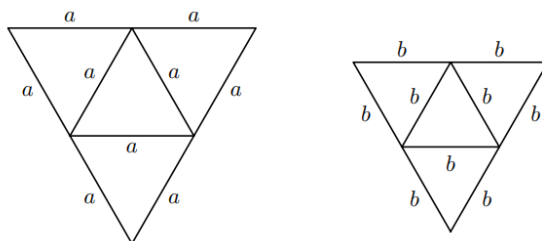
Zapisz kąt między wysokością OL trójkąta EGL i płaszczyzną podstawy tego graniastosłupa.

84. Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość równą 8. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

85.

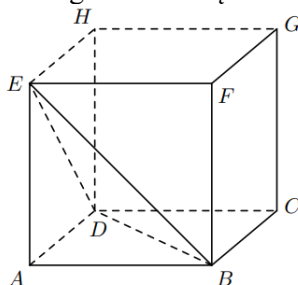
86.

87. Na rysunkach poniżej przedstawiono siatki dwóch ostrosłupów.



Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi a jest dwa razy większe od pola powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi b . Ile razy objętość ostrosłupa o krawędzi a jest większa od objętości ostrosłupa o krawędzi b ?

88. Z sześcianu $ABCDEFGH$ o krawędzi długości a odcięto ostrosłup $ABDE$ (zobacz rysunek).

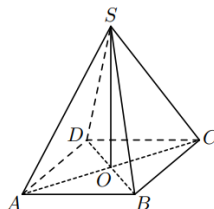


Ile razy objętość tego ostrosłupa jest mniejsza od objętości pozostałej części sześcianu?

89. Ostrosłup i graniastosłup mają równe pola podstaw i równe wysokości. Objętość ostrosłupa jest równa $81\sqrt{3}$. Oblicz objętość graniastosłupa.

90. Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 432, a krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość 12. Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

91. Rysunek przedstawia ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$.

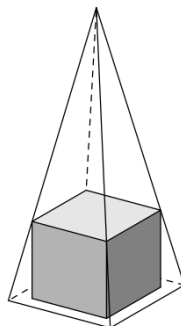


Wyznacz kąt między krawędzią CS a płaszczyzną podstawy tego ostrosłupa.

92. Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o wysokości 7 jest równa $28\sqrt{3}$. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.

93. W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym wszystkie krawędzie są tej samej długości. Suma długości wszystkich krawędzi jest równa 90. Wyznacz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

94. Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy 2 i wysokości 8. Wpisano w niego sześcian w taki sposób, że dolna podstawa sześcianu zawiera się w podstawie ostrosłupa, a krawędzie jego górnej podstawy zawierają się w ścianach bocznych ostrosłupa (zobacz rysunek).

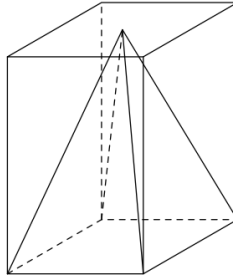


- Oblicz krawędź sześcianu.
- Czy ostrosłup jest czterokrotnie wyższy od sześcianu?

95. Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym przekątna podstawy ma długość $8\sqrt{3}$. Krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

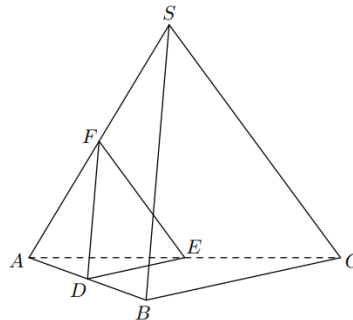
- 96.** Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 12. Ściana boczna tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze 30° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

- 97.** Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, o krawędzi podstawy a oraz wysokości h . Wpisano w niego ostrosłup prawidłowy czworokątny w taki sposób, że krawędzie podstawy ostrosłupa i graniastosłupa pokrywają się, zaś górny wierzchołek ostrosłupa jest środkiem podstawy górnej graniastosłupa (zobacz rysunek). Niech F będzie bryłą powstałą po wycięciu ostrosłupa z graniastosłupa.



Ile jest równa różnica objętości bryły F i objętości ostrosłupa?

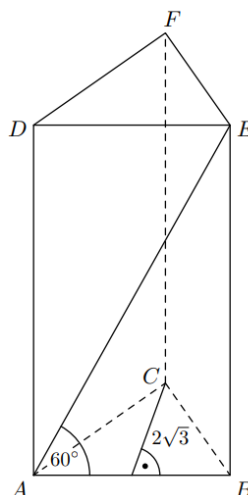
- 98.** W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ zaznaczono środki krawędzi AB, AC i AS odpowiednio punktami D, E, F (zobacz rysunek).



Sprawdź czy

- pole powierzchni ostrosłupa $ADEF$ jest dwukrotnie mniejsze od pola powierzchni ostrosłupa $ABCS$.
- objętość ostrosłupa $ADEF$ jest ośmiokrotnie mniejsza od objętości ostrosłupa $ABCS$.

- 99.** Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$. Wysokość podstawy ABC jest równa $2\sqrt{3}$. Przekątna AE ściany bocznej $ABED$ tworzy z krawędzią AB kąt o mierze 60° (zobacz rysunek).

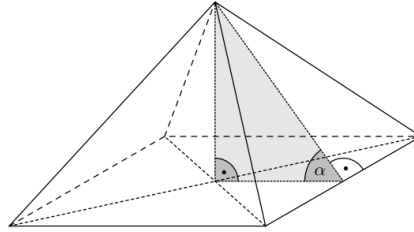


Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

- 100.** Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 94,5. Długości trzech krawędzi wychodzących z tego samego wierzchołka prostopadłościanu tworzą ciąg geometryczny o ilorazie równym 4. Oblicz objętość tego prostopadłościanu.

- 101.** Ostrosłup F_1 jest podobny do ostrosłupa F_2 . Objętość ostrosłupa F_1 jest równa 64. Objętość ostrosłupa F_2 jest równa 512. Stosunek pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_2 do pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_1 .

- 102.** Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 384. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ (zobacz rysunek).

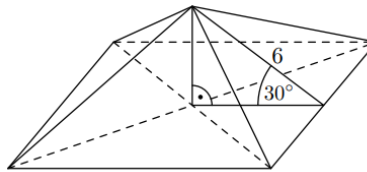


Oblicz wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa.

- 103.** Każda krawędź graniastoslupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6. Oblicz cosinus kąta nachylenia dłuższej przekątnej tego graniastoslupa do płaszczyzny podstawy graniastoslupa.

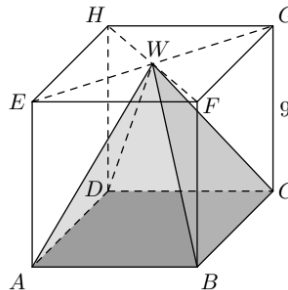
- 104.** Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 12 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

- 105.** Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

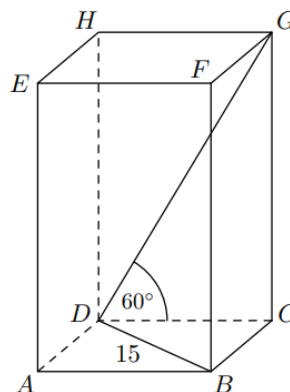
- 106.** Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W , który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).



Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

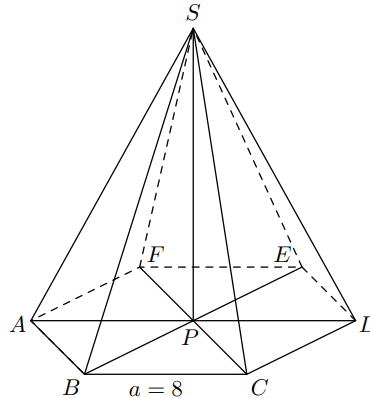
- 107.** Każda z krawędzi podstawy trójkątnej ostrosłupa ma długość $10\sqrt{3}$, a każda jego krawędź boczna ma długość 15. Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

- 108.** Dany jest graniastoslup prosty $ABCDEFGH$, którego podstawą jest prostokąt $ABCD$. W tym graniastoslupie $|BD| = 15$, a ponadto $|CD| = 3 + |BC|$ oraz $|\sphericalangle CDG| = 60^\circ$ (zobacz rysunek).



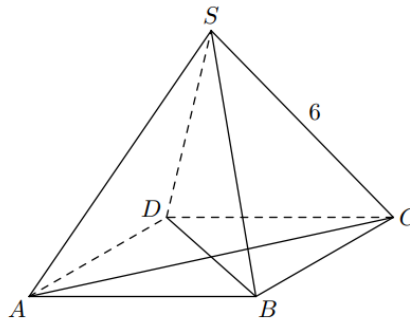
Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego graniastoslupa.

- 109.** W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym $ABCDEF S$, którego krawędź podstawy a ma długość 8 (zobacz rysunek), ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 60^\circ$.



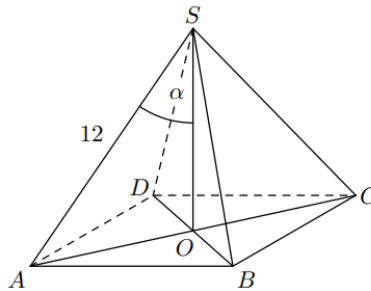
Oblicz cosinus kąta między krawędzią boczną a płaszczyzną podstawy tego ostrosłupa.

- 110.** Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$.



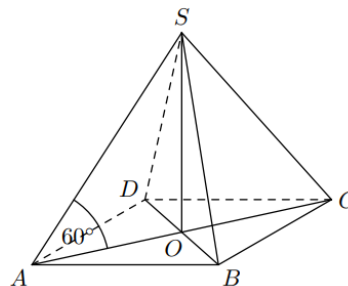
Oblicz objętość tego ostrosłupa.

- 111.** Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ jest równa 12 (zobacz rysunek). Krawędź boczna tworzy z wysokością tego ostrosłupa kąt α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

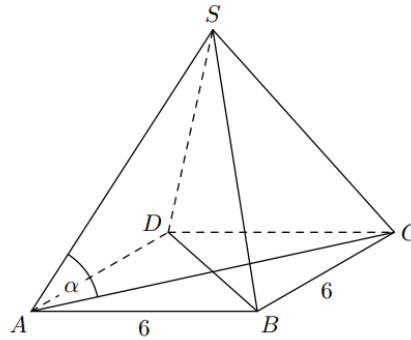
- 112.** Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest prostokąt o polu równym 432, a stosunek długości boków tego prostokąta jest równy 3 : 4. Przekątne podstawy $ABCD$ przecinają się w punkcie O . Odcinek SO jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek). Kąt SAO ma miarę 60° .



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

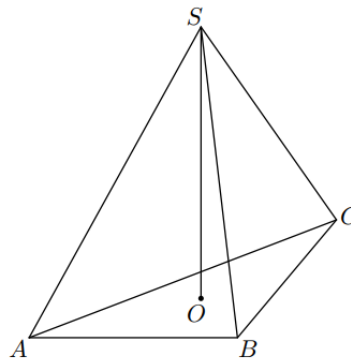
- 113.** Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $H = 16$. Cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

- 114.** Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek).



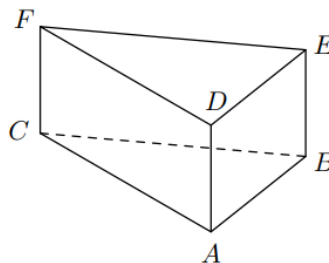
Oblicz cosinus kąta α .

- 115.** W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ krawędź podstawy ma długość a . Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest dwa razy większe od pola jego podstawy.



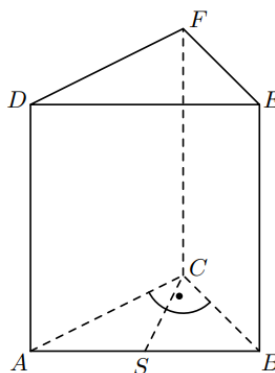
Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.

- 116.** Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny (zobacz rysunek). Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe $45\sqrt{3}$. Pole podstawy graniastosłupa jest równe polu jednej ściany bocznej.



Oblicz objętość tego graniastosłupa.

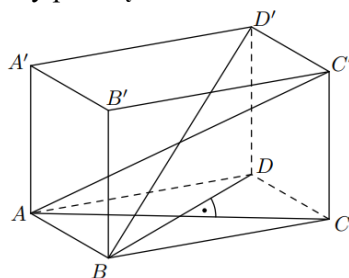
- 117.** Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDEF$ jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\sphericalangle ACB| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Stosunek długości przyprostokątnej AC tego trójkąta do długości przyprostokątnej BC jest równy $4 : 3$. Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC , a długość odcinka SC jest równa 5. Pole ściany bocznej $BEFC$ graniastosłupa jest równe 48.



Oblicz objętość tego graniastosłupa.

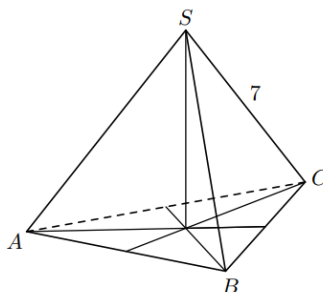
- 118.** Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC . Wysokość SO tego ostrosłupa jest równa wysokości jego podstawy. Objętość tego ostrosłupa jest równa 27. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa $ABCS$ oraz cosinus kąta, jaki tworzą wysokość ściany bocznej i płaszczyzna podstawy tego ostrosłupa.

- 119.** Podstawą graniastosłupa prostego $ABCD A'B'C'D'$ jest romb $ABCD$. Przekątna AC' tego graniastosłupa ma długość 8 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° , a przekątna BD' jest nachylona do tej płaszczyzny pod kątem 45° .



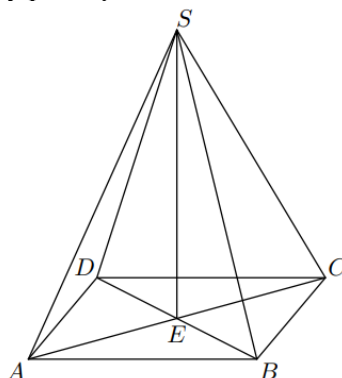
Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

- 120.** Trójkąt równoboczny ABC jest podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABCS$, w którym ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° , a krawędź boczna ma długość 7 (zobacz rysunek).



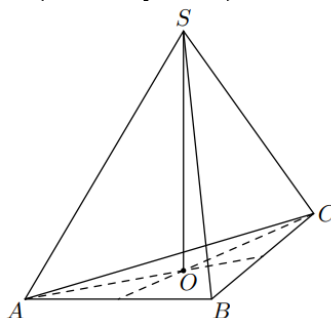
Oblicz objętość tego ostrosłupa.

- 121.** Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest prostokąt, którego boki pozostają w stosunku 3 : 4, a pole jest równe 192 (zobacz rysunek). Punkt E jest wyznaczony przez przecinające się przekątne podstawy, a odcinek SE jest wysokością ostrosłupa. Każda krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° .



Oblicz objętość ostrosłupa.

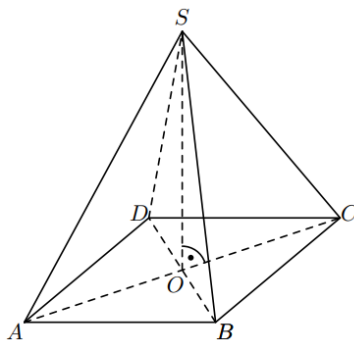
- 122.** Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest równa $27\sqrt{3}$. Długość krawędzi AB podstawy ostrosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).



Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

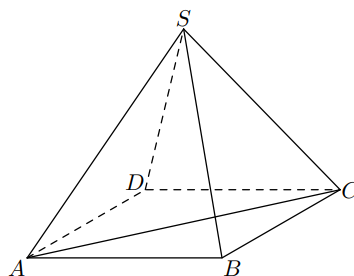
123. Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

124. Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest kwadrat. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest równa 22, a tangens kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy jest równy $\frac{4\sqrt{6}}{5}$.



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

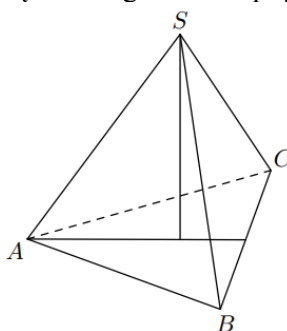
125. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD S$ (zobacz rysunek) przekątna AC podstawy ma długość $4\sqrt{2}$. Kąt ASC między przeciwległymi krawędziami bocznymi ostrosłupa ma miarę 60° .



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

126. Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 198. Stosunek długości krawędzi prostopadłościanu wychodzącego z tego samego wierzchołka prostopadłościanu to $1 : 2 : 3$. Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.

127. Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ (tak jak na rysunku) jest równa 72, a promień okręgu wpisanego w podstawę ABC tego ostrosłupa jest równy 2.



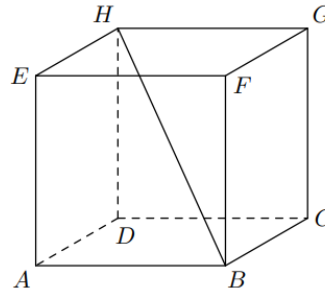
Oblicz tangens kąta między wysokością tego ostrosłupa i jego ścianą boczną.

128. Jacek bawi się sześciennymi klockami o krawędzi 2 cm. Zbudował z nich jeden duży sześciąt o krawędzi 8 cm i wykorzystał do tego wszystkie swoje klocki. Następnie zburzył budowlę i ułożył z tych klocków drugą bryłę – graniastosłup prawidłowy czworokątny. Wtedy okazało się, że został mu dokładnie jeden klocek, którego nie było gdzie dołożyć. Oblicz stosunek pola powierzchni całkowitej pierwszej ułożonej bryły do pola powierzchni całkowitej drugiej bryły i wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

129. Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 100 cm^2 , a jego pole powierzchni bocznej jest równe 260 cm^2 . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

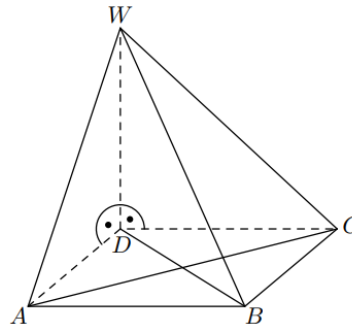
130. Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest romb $ABCD$ o boku długości 4. Kąt ABC rombu ma miarę 120° , $|AS| = |CS| = 10$ i $|BS| = |DS|$. Oblicz sinus kąta nachylenia krawędzi BS do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.

- 131.** Podstawą graniastosłupa $ABCDEFGH$ jest prostokąt $ABCD$ (zobacz rysunek), którego krótszy bok ma długość 3. Przekątna prostokąta $ABCD$ tworzy z jego dłuższym bokiem kąt 30° . Przekątna HB graniastosłupa tworzy z płaszczyzną jego podstawy kąt 60° .



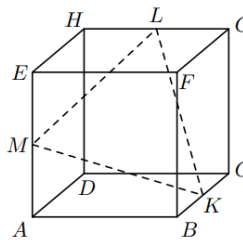
Oblicz objętość tego graniastosłupa.

- 132.** Podstawą ostrosłupa $ABCDW$ jest prostokąt $ABCD$. Krawędź boczna DW jest wysokością tego ostrosłupa. Krawędzie boczne AW , BW i CW mają następujące długości: $|AW| = 6$, $|BW| = 9$, $|CW| = 7$.



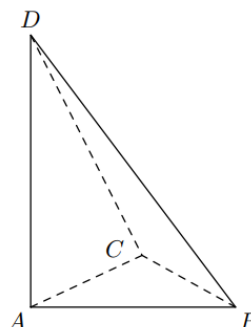
Oblicz objętość tego ostrosłupa.

- 133.** Punkty K , L i M są środkami krawędzi BC , GH i AE sześcianu $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 1 (zobacz rysunek).



Oblicz pole trójkąta KLM .

- 134.** Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest trójkąt ABC . Krawędź AD jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa $ABCD$, jeśli wiadomo, że $|AD| = 12$, $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$.



- 135.** W graniastosłupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości m jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Wiadomo, że $\sin \alpha = 0,2$. Wyznacz objętość tego graniastosłupa.

- 136.** Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 8. Krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 40° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

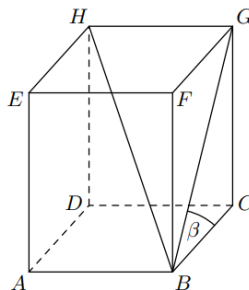
- 137.** Długość krawędzi sześcianu jest o 2 krótsza od długości jego przekątnej. Oblicz długość przekątnej tego sześcianu.

- 138.** Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ o podstawach ABC i DEF i krawędziach bocznych AD , BE i CF . Oblicz pole trójkąta ABF wiedząc, że $|AB| = 10$ i $|CF| = 11$. Narysuj ten graniastosłup i zaznacz na nim trójkąt ABF .

- 139.** W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ dane są:

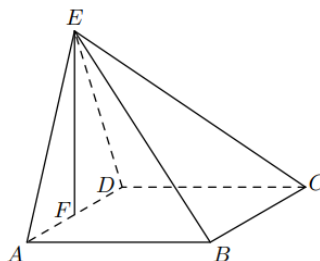
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{9}{7}, |BG| = 2 \cdot \sqrt{130}, |BH| = 2 \cdot \sqrt{194}$$

gdzie odcinek BH jest przekątną prostopadłościanu, odcinek BG jest przekątną ściany bocznej $BCGF$, β jest miarą kąta GBC . Sytuację ilustruje rysunek poniżej.

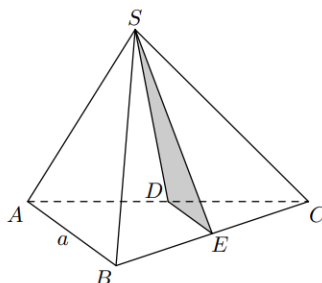


Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu $ABCDEFGH$.

- 140.** Podstawą ostrosłupa $ABCDE$ jest kwadrat $ABCD$. Punkt F jest środkiem krawędzi AD , odcinek EF jest wysokością ostrosłupa (patrz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa, jeśli wiadomo, że $|AE| = 15$, $|BE| = 17$.

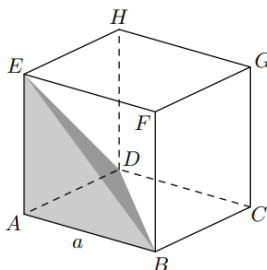


- 141.** Każda krawędź czworościanu $ABCS$ ma długość a . Punkty D i E są środkami boków – odpowiednio – AC oraz BC (zobacz rysunek).



Oblicz pole trójkąta DES .

- 142.** Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości a . Punkty A, B, D i E są wierzchołkami ostrosłupa (zobacz rysunek).



Oblicz pole powierzchni ostrosłupa $ABDE$.

- 143.** Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 8. Punkt D jest środkiem krawędzi AB , odcinek DS jest wysokością ostrosłupa. Krawędzie AS i BS mają długość 7. Oblicz długość krawędzi CS tego ostrosłupa.

- 144.** Przekątna sześcianu ma długość 9. Oblicz pole powierzchni całkowitej sześcianu.

- 145.** Oblicz sinus kąta między przekątną sześcianu a jego płaszczyzną podstawy.

146. Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD$ jest kwadrat $ABCD$. Pole trójkąta równoramiennego ACS jest równe 120 oraz $|AC| : |AS| = 10 : 13$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

147.

148.