

2. Potęgi

Zadania

1. Oblicz
a) $1 - (-1)^{101} =$
b) $(3^2 \cdot 3^{15}) : (3^7 \cdot 3^8) =$
c) $(2^7 : 2^3)^3 : (2 \cdot 2^2 \cdot 2^3) =$
d) $0,4^{-1} - (2^{-1} \cdot 2^2)^{-1} =$
e) $(3^{-1} + 2^{-2})^{-2} + 4^{-1} : \left(\frac{2}{7}\right)^{-2} + \frac{2}{49} =$
f) $\frac{0,4^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}}{(3^{-1} + 2^{-1}) \cdot 1,2^2} =$
g) $\frac{(0,2^{-4})^5 \cdot (0,2^3)^6}{5 \cdot 5^{-3}} =$
h) $(1 + 3 \cdot 2^{-1})^{-2} =$
i) $\frac{2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 4^0}{2^{-1} \cdot 3^{-4} \cdot 4^{-1}} =$
j) $\frac{8^{20} - 2 \cdot 4^{20}}{2^{20} \cdot 4^{10}} =$
k) $\frac{4^5 \cdot 5^4}{20^4} =$
l) $\frac{3^{27} + 3^{26}}{3^{26} + 3^{25}} =$
m) $\frac{2 \cdot (5^3)^2 + 3 \cdot 5^2 \cdot 5^4}{5^{17} : (5^2)^7} =$
n) $\frac{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 6^2\right]^2 - 0,2^2 : \left(1\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\left(3\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{8}\right)^{-2}} =$
o) $2^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2 \cdot 5^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 + (4^{-1})^2 \cdot 2 =$
p) $[1 + (1 + (1 + 1^{-1})^{-1})^{-1}]^{-1} =$
2. Ile cyfr występuje w zapisie dziesiętnym liczby naturalnej n
a) $2^{14} \cdot 5^{15}$
b) $\frac{(3,2 \cdot 10^{-12}) \cdot (1,2 \cdot 10^4)}{4 \cdot 10^{-18}}$
c) $420\,000\,000 : 0,003$
3. Zapisz wyrażenie w postaci potęgi o podstawie a, przyjmij, że $a \neq 0$
a) $\frac{a^8 \cdot a^3}{(a^2)^3 \cdot a^5} =$
b) $\frac{(a^{10} \cdot a^{-3})^3}{(a^3 \cdot a^4)^2} : (a^{-2})^{-3} =$
c) $\frac{a^4 \cdot (a^{-2})^{-3}}{(a^{-4})^{-3} \cdot a^6} =$
d) $((a^4)^{-2})^{-3} : ((a^2)^{-2})^{-3} =$
e) $((a^2)^{-3} : a^{-4}) : a^0)^{-2} =$
4. Wykaż, że:
a) $2^{16} + 2^{15} + 2^{12}$ jest podzielna przez 5.
b) $3^{18} + 6^{17}$ jest podzielna przez 5.
c) $8^9 - 4^{15} + 2^{32} + 16^7$ jest podzielna przez 3.
d) $6^5 - 12^3 - 24^2$ jest podzielna przez 19.
e) $3^{2023} + 3^{2024} + 3^{2025}$ jest podzielna przez 13.
f) $2^{100} + 4^{49} + 16^{24}$ jest podzielna przez 21.
g) $4^{12} + 4^{13} + 4^{14}$ jest podzielna przez 42.
h) $6^{100} - 2 \cdot 6^{99} + 10 \cdot 6^{98}$ jest podzielna przez 17.
i) Iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do 16 jest podzielny przez 2^{15} .

5. Uporządkuj liczby rosnąco
a) $16; \frac{1}{64}; 8^3; 1024^2$
b) $2^6 \cdot 2^{-4}; (2^{-5}; 2^{-3})^{-1}; 4^{-4}; 8^{-2}; (2^{-5}; 2^{-7})^{-2}$
6. Zapisz wyrażenie w postaci a^x, $a \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Z}$
a) $\frac{3^{10} \cdot 9^{20}}{27^{15}}$
b) $\frac{25^{-2}}{125^{-4}}$
c) $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$
d) $\frac{3^{-1}}{\left(-\frac{1}{9}\right)^{-2}} \cdot 81$
e) $6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100}$
f) $\frac{8^{-40}}{2^{10}}$
g) $100^5 \cdot 0,1^{-6}$
h) $9^9 \cdot 81^2$
i) $16^{24} + 16^{24} + 16^{24} + 16^{24}$
j) $\left(\frac{2^{-2} \cdot 3^{-1}}{2^{-1} \cdot 3^{-2}}\right)^0$
k) $32^{-3} : \left(\frac{1}{8}\right)^4$
l) $2^{40} \cdot 4^{20}$
m) $3^{30} \cdot 9^{90}$
n) $5^{20} \cdot 25^7$
o) $4^{15} + 4^{15} + 4^{15} + 4^{15}$